

## **Articuli adversus mathematicos**

IORDANI BRUNI NOLANI ARTICULI CENTUM ET SEXAGINTA ADVERSUS HUIUS TEMPESTATIS MATHEMATICOS ATQUE PHILOSOPHOS CENTUM ITEM ET OCTOGINTA PRAXES, AD TOTIDEM PROBLEMATA, CAETERIS QUAEDAM ARDUA, QUAEDAM VERO IMPOSSIBILIA, POSSIBILI ET FACILIORE NEGOTIO PERSEQUENDA. AD DIVUM RODOLPHUM II ROMANORUM IMPERATOREM PRAGAE. EX TYPOGRAPHIA GEORGII DACZICENI. ANNO M.D.LXXXVIII.

### **DIVO RODOLPHO II ROMANORUM IMPERATORI SEMPER AUGUSTO IORDANUS BRUNUS NOLANUS S.**

Si distinctio lucis et tenebrarum, Augustissime Caesar, naturaliter nobis vel ut in pluribus esset indita, conflictus ille antiquus opinionum inter mortales usque adeo non precrebresceret: ubi sic generationes omnes omnibus adversantur, ut singulae reliquarum omnium iudicio non minus desipiant, quam sibi prae omnibus singulae sapere posse persuasum habent. Ex iis tenebricosissimi quique, ut et vero illustrati lumine in coelum elatis oculis atque manibus, de luce, portu et domo veritatis sibi peculiariter revelatis, conquisitis et incultis (extra quae universitates reliquae caecutiunt, fluctuant, peregrinantur) ex intimo cordis gratias agunt Altissimo, nempe ad ipsos tantum converso, blando patri et vitae sempiternae retributori; ab aliis vero omnibus in aeternum destinatis interitum averso, abominanti, immiti, saevo iudici et ultori. Itaque de tam variis et diversimode sectis opinantibus longe pluribus quam sint atque fuerint in mundo generationes, ut nulla est neque ulla fuit absque proprio aliquo cultu atque disciplina, ita non est quae (caeteris contemptui habitis) primas sibi non tribuat atque tribuerit, et nefas maximumque piaculum cum caeteris communionem ullam habere non iudicet. De cuiusmodi pietatis fonte derivat, ut (contra omnem rationem, statum atque naturam, ius item gentium et consequenter verum Dei optimi ordinem rebus inditum) dissoluta iaceant foedera naturae, et suggestionem misanthropon spirituum ministerioque Erynnium infernalium (quae ignem in gentibus accedentes pro pacis nunciis, et gladium discordiae etiam inter maxime iunctos immittentes, se pro Mercuriis a coelo delapsis praestigiis imposturaque multiplici venditarunt) eo deventum sit, ut plus homo ab homine quam a caeteris dissideat, et plus homo homini quam caeteris adversetur animantibus, et lex illa amoris longe lateque diffusa nusquam servata iaceat, quae non ab unius gentis cacodaemone, sed certe a Deo omnium patre profecta, utpote naturae universali consona, generalem edicit philanthropiam, qua et ipsos diligamus inimicos, ne brutis barbarisque similes consistamus, sed in illius transferamur imaginem, qui solem suum oriri facit super bonos et malos, et gratiarum pluviam super iustos instillat et iniustos. Haec illa religio est, quam sine ulla controversia et citra omnem disputationem, tum ex animi sententia, tum etiam ratione patriae consuetudinis atque gentis observo.

Quod vero ad liberas disciplinas attinet, tantum absit a me credendi consuetudo institutioque magistrorum atque parentum, quinimo et communis ille sensus qui (ipsomet iudice) multoties atque multifariam nos decipere et circumvenire convincitur, ut nunquam a me in philosophiae partibus temere quippiam et sine ratione proferatur, sed aequae mihi dubia sint, ut quae difficillima et absurda putantur, ea quae certissima habentur atque evidentissima, sicubi et quando in controversiam fuerint adducta. Ibi namque praeiudiciosum est de re minus perpensa definire, iniquum pro alieno obsequio sentire, mercenarium, servile et

contra humanae libertatis dignitatem addici atque submitti, stupidissimum pro consuetudine credere, irrationale pro opinantium multitudine adstipulari, quasi sapientum numerus infinitum stultorum numerum superare vel exaequare vel ad ipsum propius accedere debeat, et quasi (etiam si totus mundus ille sit caecus sub Aristotele vel alio eiusce generis duce) tanta multitudo in tenebris cespitans et impingens plus quam unus, vel saltem quantum unus, valeat et videat, quem sibi duces praetulit et designavit. Ego (vel quicumque alius se ipsum potens actu reflexi luminis agnoscere) sensus intelligentiaeque oculis a Deo maximo largitore donatus, et consequenter constitutus iudex causaeque praefectus, ingratissemus essem atque vesanus, eaque luminis participatione indignus, si alienus constituar actor atque pugil, alienis nempe videns, sentiens iudicansque luminibus. Ubi ego ipse luminis claritate praesum, cur angustiozem ingenii indolem usque adeo indigne subiiciam et abiiciam? An non iniquissimus essem partibus ad forum nostrum appellantis? Veritatis dignitati vocem, vultum hypostasimque suam pro captu auribus oculisque nostris inculcanti? Divinoque muneri, quo nos non ut caeci, sed uti caecorum duces ordinati sumus, inque hoc humanae Reip. corpore inter eos adnumeramur, quibus munus atque vices (quia sic omnino asserere cogimur) oculorum tenere praecipitur, et negotia veritatis atque lucis pro viribus agere est iniunctum: vel in eo saltem gradu sumus, ut pro parte Reip. animi nostri civitatem hanc a tyrannide patrum illorum atque huiusce generis militiae principum tueamur. Ubi eam legis severitatem vigere volumus, ut ratio tum vera, tum necessaria requiratur, nullaque viri quantumlibet excellentis et illustris authoritas pro argumento valeat. Ubi pro infami damnatur iudicio, si qua est quae de videndis atque visibilibus perperam citra oculorum usum sententia proferatur. Ea etenim impudentissima patrum ignorantiae cautela est, ut etiam lege disputare prohibeat, atque firmum esse in auditis et in semel concepta permanere sententia laudabile praedicet: quod sane statutum ad bestiales illos bene refertur, qui iam non homines, sed ad imaginem et similitudinem hominum sunt effincti, unde hac specie servantur ut asini, oves, equi, muli, boves, versutiorum illorum atque prudentiorum dignissimum peculium.

Quod si id etiam interdum certisque in causis etiam sapientibus et heroici speciminis hominibus cum caeteris debeat esse commune, ut ubi lumen rationis nobis a Deo immissum et insigne divinitatis, quod in naturae nostrae substantia quodammodo occultitur, quasi superiore aliquo repugnante et praecipiente lumine, submittere et humiliare debeamus; in proposito certe philosophiae (ad cuius liberas aras de tantis fluctibus me recepi) eos tantum doctores audiam, qui non oculos claudere, sed maxime aperire praecipiunt. Sic ad amoenissimum lucis fulgorem caput exerimus, vociferantem naturam exaudimus, sapientiam (hanc rebus omnibus antepoentes) simplici spiritu ingenuoque cordis affectu insequimur: unde tantum abest ut nos illa fugiat vel adproperantes expectet, ut etiam nobis ocus occurrat, oculos nostros abstergat, et velut aquilinos pullos ad solis assuescere faciat aspectum, iugiterque ad firmissimum magis atque magis disponat intuitum.

Sic a principio nobis consultum fuit, ut frustra eos oculos claudendos et suppressendos inclament alii, quos Deus apertos et in sublime erectos exhibuit. Videntes ergo videre non dissimulamus, et aperte profiteri non veremur; utque continuum bellum est inter lucem atque tenebras, doctrinam et ignorantiam, ita ubique odium, convitia, clamores et insultus (non sine etiam vitae periculo) a bruta stupidaque multitudine, concitante senatu graduatorum patrum ignorantiae, sumus experti, manuque veritatis divinioreque lumine duce superavimus. Etenim in pluribus Europae partibus et praecipuis academiis, eorum qui doctissimi extant, neque venalem mercenariamque habent doctrinam, sed plus quam vulgare ingenium et cum hoc alias etiam nobilitatis species, consensu, applausu, favore et

testimonio nobis adsistente, ubique sordidae vilissimaeque multitudinis invidiam, strepitum et violentiam autoritate principum repressimus; Aristarchorum vero et archimandritarum huiusmodi invidiam, malitiam, ignorantiam et arrogantiam firmis argumentis evidentissimarumque demonstrationum (quarum ubique monumenta extant) copia contudimus. Iam hic C. M. T. cum per se plurima horum facillime intelligere, meque indicante facillime videre et iudicare omnia possit, cum natura, fortuna et dignitate multitudini praesit, ingenio etiam et iudicio praeire non contemnet. Heroicum enim est atque felicius eorum non sine efficacissima ratione atque virtute spernere posse auctoritatem, quos absque legitimo sensu atque ratione multitudo (servile et ordinarium pecus) suspicit et admiratur. Et id certe vel maxime decet tantae indolis et maiestatis vestrae ingenium, siquidem non perperam a superioribus eo debet esse donata spiritu, ut (mitto alia) de huiusmodi mathematicis studiis, instrumentis et operibus iam diu abhinc cum disertissimis disserere, cum iudiciosissimis iudicare et cum inventoribus invenire consueverit, ut plerique ex iis a Maiestatis T. C. colloquiis multo plus luminis reportarint quam advexerint. Quod igitur ad me tandem attinet, primo non eam praetereat (oro) considerare quam a bono amico, studioso et obsequenti animo hae illi offerantur elucubrationes; unde, qualescunque ipsae sint, a divinitate ingenii tui nequeant nisi gratiorem sibi vultum polliceri. Secundo animadvertere quemadmodum haec non oblata veniunt tanquam dignissima quae a M. T. debeant acceptari, sed tanquam optima quae ipsi hoc principio proponi possint; reliqua enim ne tentare quidem accessum poterunt aut debebunt, nisi praesentia pro rerum dispositione clivum interiectum prius superarint. Tertio persuasum habere quod si hunc primum SOPHIAE tabellarium (qui certis praescriptionibus, subscriptionibus et sigillis comprobabitur) non indigne illa exceptum viderit, reliquos, qui ut ordine sunt posteriores, ita (plus quam forte sperari possit) momento extant et nobilitate priores, mittere non trepidabit. Vale, Caesar optime. VALE.

## **GEOMETRICA PRINCIPIA ET ELEMENTA IUXTA VERIOREM, ANTIQUIOREM ET PROPRIAM SENTENTIAM**

Novenario capitum completur nostra geometria, nempe: 1. Distinctionis. 2. Divisionis. 3. Definitionis. 4. Axiomatum. 5. Theorematis. 6. Hypothesis. 7. Thesis. 8. Problematis. 9. Demonstrationis. Refertur primum ad significata. 2. Ad species et modos. 3. Ad essentiam et ad ea quae ex terminorum significatione sunt manifesta. Et ex his primi ordinis sunt communissima omnibus scientiis. Secundi ordinis communia quae ad unum scientiae genus referuntur, ut mathematicum in generali. Tertii sunt propria quae arithmetico communia sunt et geometrae. Quarti sunt propriissima quae geometrica tantum sunt. 5. Ad ea quae ipsa definitione vel delineatione manifestantur. 6. Ad quae ipsa vel ut nota, vel ut concessa, vel ut mox consequenter innotescenda capiuntur. 7. Ad ea quae probanda proponuntur axiome, vel theoremate, vel utroque. 8. Ad ea quae duplici, triplici vel multiplici principiorum collatione manifestantur. 9. Ad haec quae ad convincendum propositum et probandum opus faciunt, per ea quae priora sunt vel concomitantia.

### **AXIOMATA.**

I. Universum est maximum. Totum est maius et perfectum. Pars est minus, imperfectum, et proximior mensura. Individuum est minimum, nec perfectum

neque imperfectum, et communissima mensura. Terminus nulla est pars, et est individuum negative.

II. Eorundem eadem, aequalium aequa, similium similis, proportionalium proportionalis, convertibilium convertibilis, contrariorum contraria est ratio. Absumuntur Euclidis 15. 16. 22. 23. p. quarti. 10. 11. 14. 25. p. sep.

III. Quae eidem sunt aequalia, duplicia, dimidia et quantacunque, et inter se erunt. Absum. Eucl. 7. 8. 9. 10. 11. quarti: 5. 6. 7. 8. 9. 10 sep. 9 decimi.

IV. Aequalibus additis vel subtractis perseverant, ut erant, aequalia vel inaequalia. 5 et 6 quinti. 7 et 8 septimi et axiomata 2. 3. 4.

V. Si divisa proportionalia fuerint, etiam composita erunt. 17 et 18 quinti. 24. sept. 5. octavi.

VI. Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habeat ad ablatum, et reliquum ut totum se habebit. 3 et 4 axiom. 19 quin. 5. 6. 11. pro. sept.

VII. Mensura organica omnium radius circuli est, iuxta illud:  
Distinxit radio totum qui legibus orbem.

### **THEOREMATA MINIMI.**

I. Tum naturae, tum artis resolutio non est ad infinitum (licet interdum indeterminata), sed certum terminum definit necessario.

II. Quod nullius est figurae, non est minimum; pars nempe omnis alicuius est figurae.

III. Minimum primo, principaliter et simpliciter circulus est, proxime triangulus curvilineus recurvus.

IV. Minimum ad proximum compositum, non autem ad totam magnitudinem pars est: centrum nempe absumitur physice, geometrice, optice.

V. Centrum, minimus arcus et minima chorda idem sunt et aequalia; idem quoque et aequalia peripheria maxima et maximus diameter, maximus arcus et maxima chorda.

### **COROLLARIUM.**

Partes ergo anguli (iuxta tertiam significationem) undique rationem habent ad partes in peripheria.

VI. Resolventi ad minimum per similes et proportionales partes est transitus, ut hoc ordine minima tandem numero in se ipsum reflexo per proximarum partium numerum deducantur.

VII. Minimum duplex, physice seu simpliciter, et mathematice seu ad hominem; primum est unum, secundum multiplex.

### **THEOREMATA LINEAE.**

I. Probamus ea quae extant apud Euclidem. Primi prop. 7. 13. 15. 33.

II. Parallelae lineae cum tertia parallela et cum angulis alternis et oppositis aequalibus ad se vel ad duos rectos invicem probant. Repetit Eucl. 27. 28. 29. 30. p. primi; 9. undec.

III. Adde Euclidis decem primas pro. secundi.

IV. Aequales rectae in circulo aequaliter distant a centro, et e contra. 14 Eucl. quarti.

V. Maxima in circulo est diameter, maior quae huic proxima. In triangulo aequilatero basis, maior huic proxima. 16.

VI. Diametri omnes et semidiametri aequales.

VII. A puncto in diametro circuli maxima est in qua centrum, minima reliqua, propinquior per centrum ducta est maior. 7.

VIII. A puncto extra circulum ad concavitatem maxima, ad convexitudinem minima harum quae ad diametrum. 8. pr.

IX. Valent sexti 16. 17. 22. prop.

X. Valent undecimi 2. 4. 6. 7. 8. 10. 12. 13. 14. 15. 17. 18. 36. 37.

XI. Valent sex primae duodecimi.

### **THEOREMATA ANGULI.**

I. Anguli omnes recti sunt aequales, ubique in rectilineis, in circulis vero aequalibus et eodem valet.

II. Anguli aequales, ubi latera proportionalia et aequalia et e contra. Sexti 5.

III. Probantur Euclidis tertii 16. 20. 21. 22. 26. 27. 31. 32. pr.

IV. Probantur undecimi 20. 21. 22. 23. 26. 35. pr.

### **THEOREMATA TRIANGULI.**

I. Duo anguli et unum latus, duo item latera et unus angulus, tertium angulum et tertium latus, et consequenter trianguli speciem, qualitatem et quantitatem definiunt. Repetit Euclides pr. 4. 6. 8. 24. 25. 26. sexto 6. 7. 14. 15. 18. 19. 20. 21.

II. Valent primi 5. 18. 19. 20. 21. 25. 32.

III. Triangulus rectagonus et parallelogrammum duabus rectis lineis continetur, prima secundi.

IV. Triangulus in semicirculo rectus est, in minori arcu obtusus, in maiori acutus.

V. Triangulorum rectangulorum regulam ex Eucl. primi p. 47. 48. sequantur secundi 9. 10. 11. 12. 13. 14 et sexti 31.

VI. Valent sexti 3. 8. 32.

VII. Ad trianguli latus parallela ducta proportionaliter secat. Sexti 2. 4. 5. 9. 10.

### **AXIOMATA POLIGONIAE.**

I. Figurarum omnium rectilinearum planarum triangulus, solidarum pyramis elementa sunt. Repetit primi 41. 42. 44. 45. Hinc pendet ratio et praxis parallelogrammi, quod proxime e duobus orthogoniis est triangulis.

II. Figura quaelibet sive plana, sive solida (quarum elementa sunt triangulus et pyramis) intra easdem parallelas, easdem vel aequales bases alteri eiusdem generis aequalis est duplae medietas etc.; quorum enim eadem est altitudo, se habent ut bases. Repetit primi 35. 36. 37. 38. 39. 40. sexti 24. 25. 27. 28. 29. undecimi 25. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 34. 37. 39. 40. duodecimi 4. 9. 11. 13. 14. 15.

### **AXIOMATA CIRCULI.**

I. Probantur ex Eucl. tertii 9. Non est punctus extra centrum a quo ad peripheriam plures quam duae rectae ducantur aequales.

II. Probatur sexti 33. prop. et duodecimi 2. 16. tertii decimi 8. 9. 10. 11. 12. 18. et liber quartus decimus.

III. Minimus circulus uno, minor paucioribus, maior pluribus, maximus omnibus punctis tangit lineam vel planum subiectum.

### **AXIOMATA SPHAERAE.**

I. In sphaera idem est longum latum et profundum, altum et imum, dextrum et sinistrum, et reliquae dimensionales differentiae.

II. In sphaerae plano quilibet punctus est horizontis centrum, ut in infinita ubique est medium.

III. Sphaeram duplicem in rerum natura esse finitam, videlicet et infinitam est necessarium; hanc item verius esse sphaeram quam illam.

IV. Infinita verius habet centrum, immo est ubique centrum; finita vero verius habet circumferentiam, immo (et in infinitum dividenti continuum) est ubique circumferentia per plani divisionem.

V. Finita proprie non habet centrum, in infinitum dividenti infinita proprie non habet peripheriam.

VI. Si ergo centrum potius est de ratione sphaerae quam circumferentia, verior sphaera est universum quam mundus vel quicumque globus.

VII. Bene aiunt sphaericam figuram esse capacissimam, sed nostri vulgares philosophi non intelligunt hoc ideo esse, quia per ipsam convenit infinitum praesentari; ad infinitum enim respicienti, constat hanc etiam esse figurarum minime capacem. Itaque haec (ut aliae multae) propositio iuxta falsissimum sensum profertur a nostris antisophis, quae ab antiquis sapientibus secundum aliam mentem est prolata.

VIII. Sphaeras seu globos seu astra demonstrative ostendere cuius sint figurae non est possibile nostris cosmimetris: nobis autem haec vere sphaericae figurae non esse probare est adeo facile, ut hoc etiam inter theoremata connumeremus.

IX. Vera sphaera non est sensibilis, neque sensibilis esse posset magis quam individuum ipsum naturae: immo multiplici ratione minus esse sensibilem est necesse.

## **IORDANI BRUNI NOLANI ARTICULI ADVERSUS VULGARES GEOMETRARUM ET ASTRONOMORUM THESES ET HYPOTHESES, PRO VERITATE.**

### **MEMBRUM PRIMUM**

#### **ARTICULUS PRIMUS.**

Circa magnitudinem quae est in genere quantitatis, et eam quae in qualitatis genere figuram, artem hac ratione aequae versari dicimus, quia pariter pro formatione metiri, atque pro mensuratione figurare consuevimus. E duobus autem haud inconvenienter ab uno potius facta est denominatio quam altero, siquidem potiori tandem ordine figuratio mensuram quam mensura figurationem consequitur. Adde quod cum facto comprobetur usu antiquiore promptioreque notitia subiecta artisque media e terra eque terrenis esse desumpta, evenit ut universum mensurandi et figurandi artificium sub Geometriae titulo inscriptum tanto magis

acceptemus, quanto nobis a literatorum vulgo semotis (ubi essentiae cognitio non eripitur nec interturbatur) nominum nulla prorsus cura conveniat.

## **II. ARTICULUS.**

Sive significationes mensurae spectes, sive rerum sub hoc genere distributarum ordinem consideres, mensuram primam mentem ipsam intelligas atque dicas oportet; omnis enim mensura a mente recipit denominationem. Secundo ideam, primam videlicet primaeque menti aequaevam formam, foecundum universi atque singularum specierum archetypum. Tertio naturalem ordinem ipsum, et eam, qua unumquodque est ex idea constitutum, divinae iusticiae et distributionis rationem. Quarto eam, quae definitione rei indicatur, essentiam. Quinto efficaciam, et ipsum (quod rei essentiam consequitur) momentum. Sexto mensuratorem, seu subordinatam mentem; unde non temere mensuram rerum appellavit hominem Protagoras. Septimo hominis rationem, seu mensurandi potentiam in ipsa ratione consistentem. Octavo habitum ipsum; unde Aristoteli mensura rerum sensus dicitur atque scientia. Nono actio huiusmodi quae secundum sensum est atque rationem, nempe mensurationem. Decimo hominis partes, utpote digitum, palmam, pedem, ulnam et id genus alia. Undecimo artificio excogitata organa duo, normam videlicet atque circulum, quibus subiicitur puncti fluxus atque circumfluxus. Duodecimo cuiusque rei minimum seu elementum, ut unitatem, punctum, atomum. Decimotertio quamlibet minorem partem qua proxime vel remote maior mensuratur. Quartodecimo quamcunque mensurationi subiectam rei magnitudinem; unde alia mensura hominis dicitur, alia equi, sicut et aliis numeris hic, aliis ille consistit. Quintodecimo exactum atque probatum geometrae opus vel enunciationem apodictice confirmatam.

## **III. ARTICULUS**

Mensura (si ad eius obiecta inspiciamus) primo in substantia seu essentia indicat naturae momentum. 2. In potentia (quae immediate consequitur essentiam) virtutis et efficaciae terminos. 3. Haec eadem in actione atque passione; essentia quippe, facultas et operatio certissimo quodam se consequuntur ordine. 4. In multitudine numerum, qui et figurationi subiicitur interdum. 5. In physicis elementis sub variis dimensionum differentiis (iuxta participationem vacui atque pleni) pondus atque levitatem. 6. In discretorum coacervatione metretae species. 7. Amphorae differentias in liquidis. 8. In locorum situatione distantiam vel propinquitatem, imitatem quoque et sublimitatem. 9. In tempore durationis species iuxta brevitatis et diurnitatis differentias. 10. In mole seu dimensione magnitudinem atque parvitatem. 11. Interdum in numeris multitudinem atque rationem. 12. In voce simpliciter differentias acuti atque gravis. 13. In voce harmonica toni differentias. 14. Accentus differentias in significativa. 15. In figura laterum atque planorum ordinem. 16. In maxime particularibus proprietatem; collectio quippe proprietatum est, qua finitur sive definitur unumquodque. Haec omnia mensurae significata, licet ita genere differant, quemadmodum singulorum homogenea mensurata genere non conveniunt, nil tamen obest quominus quaedam et praecipua ex his sub unius artis rationem et unius medii examen valeant concurrere, ut videbitur.

## **MEMBRUM II**

## FIGURATIO SEU DE TRIUM PRINCIPUM FIGURARUM FORMATIONE, PRO OPERIBUS

Quemadmodum mensuras originales praecipuas atque finales duas habemus, rectam videlicet lineam atque curvam, ita et originales principes atque ultimas figuras duas habemus, triangulum videlicet atque circulum. Universae quippe figurae aut hae duae sunt, aut ex duabus hisce compositae. Minimae quoque partes minimaeque mensurae atque maximae, sicut et figurae maximae atque minimae, istae sunt duntaxat, ut probabitur. Prius igitur figuram esse oportet quam mensuram. Figuratum quippe oportet esse minimum illud cui conveniat partem esse aliquam, et aliquid metiri. In hoc namque genere partes alias, in quas genus ipsum resolvatur, non exquirat. Figuras ergo tres omniparentes (quamvis adhuc earum fabricandarum ratio non sit adducta) docturus ante oculos obiciat, ut in ipsis universos artis huiusce terminos aperiam. Ita eum qui partes hominis indicare decrevit, prius universum compositum atque formatum obiectet oportet, quam quae sigillatim in ipso concurrunt atque comperiuntur insinuet, sicut antequam doceamus, omnia nos praehabere oportet, et librum omnia continentem assumere praecipimus. Ob eam tamen causam usitatam procedendi rationem non improbamus, quae velut ab occulto singula membratim et concise palam educit, forte pro reliquiarum illarum reverentia et multiplicandorum theorematum maiestate, quo singula tanquam pluribus vallata ministris illustriora censeantur problemata. Nobis vero ita negotium gerere consulitur, ut universa atque singula sigillatim in universo pro virili conspicienda educamus, ut si non semper, plerumque tamen absque alia explicatione demonstratio et ipsa rei evidentia omnibus absoluta numeris ex omni parte sensibus subiiciatur, neque aliorum more contemplandae statuae nunc quidem pedem, nunc oculum, nunc frontem, nunc vero caetera seorsim, sed (ut decrevimus) omnia in singulis et singula in omnibus, ut mutua collatione amplius illustrentur, explicamus.

Nomina tribus figuris, pro universali earundem facultate atque usu, non citra rationem destinavimus, ut prima, quae quatuor circulis mutuo se per centra penetrantibus, implicantibus atque coisitis perficitur, figura Mentis universa continentis et in unitate quadam implicantis appelletur. Secunda, constans septem se attingentibus circulis, nempe in punctis quo mutuo non penetrent et intersecant, figura Intellectus omnia distinguentis propriisque rationibus distribuentis appellatur. Tribus etiam concentricis efformata circulis, utpote quorum idem et unum individuum est centrum, quod est primum, unica quoque non minus est ultima circumferentia, quae est extremum, figura certe omnia complectentis et unientis dicitur. Tertia tandem, quae tum attingentibus tum intersecantibus se circulis explicatur, Amoris figura nuncupatur, quandoquidem substantia universi tum contraria est, tum quoque concors, utpote in contrarietate concordiam et in concordia contrarietatem, in unione distinctionem in distinctione unionem, in unitate multitudinem in multitudine unitatem perpetuo reservans. Foecundissimae sunt figurae, quae non solum geometriam, sed et omnem sciendi, contemplandi et operandi rationem apprime referunt, quibus certe sine defectu non possunt esse pauciores et supervacuitate plures. In praesentiarum autem evidentissime apparebit non solum geometriae nullum opus, sed nec etiam universae matheseos citra istarum normam posse inveniri vel imaginari, et consequenter caeterarum opera facultatum et artium, quae non sine mathesi, sicut certe nec numerorum rationibus suorumque momentorum magnitudinibus, consistunt.

Figurae Mentis nota \*

Figurae Intellectus \*

### MEMBRUM III

#### DE MINIMO

#### ARTICULUS PRIMUS.

Ignorantia minimi facit geometras huius saeculi esse geometras, et philosophos esse philosophos. 2. Si minimum non subsistit, nihil subsistat oportet. 3. Si minimum certa ratione non cognoscatur, quantum nullum cognoscatur oportet. 4. Sicut unitas est substantia numeri et essentia omnis, ita et minimum tum geometricae tum physicae quantitatis. 5. Minimum duplex in hoc proposito intelligimus: alterum in plano quod est punctum, alterum in solido quod est atomus. 6. Punctus qui est terminus neque quantum, neque minus aliquo, neque minimum est, et tunc distinguimus a puncto quod est minima pars, dum cum illo convenit in eo quod neutrius aliqua pars est. Atomus vero non potest esse terminus ita ut eadem non sit et minima pars. 7. Minimum quod est punctum est circulus. Minimum quod est atomus est sphaera. 8. Circa haec minima, ubi aliis apponuntur et compositionem constituunt, ut vacuum pleno interiectum, iuxta antiquorum sapientum dogma, intelligimus minima in genere vacui, in plano quidem intra convexitates contingentium circulorum trigona, in solido vero intra convexitates sphaerarum contingentium pyramides. 9. Minima ergo figura est circulus, et minimum corpus est sphaera simpliciter et absolute, secundo vero et consequenter pyramis sunt atque triangulus. Maximum vero planorum circulus, maximum omnium solidorum sphaera. 10. Infinitum maxime omnium est sphaericum, immo est per se ipsissima sphaera; interminata quippe superficies circulus est verissimus, interminatum vero corpus, sive sit (ut credimus) sive supponatur, necessario est sphaera et veram sphaerae definitionem suscipit. 11. Geometra et physicus ille, qui minimum dari non intelligit et maximum ea qua est utrumque ratione, cum sine mensura metiatur semper, necessario mentitur ubique. 12. Errat ratio cum in infinitum resolvendo abit. Certe enim naturam non persequitur, nec ideo credat naturam attingere, e exaequare vel praetergredi dividendo, sed (si falli nolit) sciat se extra naturam phantastice evagari atque somnare. 13. Vulgus geometrarum ad tantum stultitiae devenit, ut quod infinite dividuum intelligit esse terminum termino individuo exaequet. Infinita insuper minima vel partes ad unius minimi vel individui contactum sincere et aequaliter ex quantacunque circumferentia et dimensione fluere intelligit. Quis credat in tali mensuratore mensuram? Ipsum faciunt, ubi omnes a peripheria lineas individuo centro volunt terminari. 14. Nos vero circa unum punctum et ad unum individuum ultra sex individua pertingere non posse indicabimus. Unde quanto amplior est circumferentia, tanto divisibilius oportet accipere medium. 15. Individuum quippe medium peripheriam sex minimis constantem assumit duplicis generis, ut duplex etiam est minimi genus. 16. Minimo aucta diametro, circuli minima duplicantur. 17. Minima dum circa minimum hoc pacto ad spatium complendum adponuntur, et peripheriam duplicant, in hexagoni speciem perpetuo excrescunt; et propterea simpliciter circulare physice non potest esse nisi unum infinitum. 18. Praeter minimum et individuum, seu atomum et punctum, nihil esse vere intelligo. 19. Minima invicem penetrare cum nequeant, vacuum esse tum physice tum geometrice indicabunt. 20. Ubi ex triangulis rectilineis omnes planas figuras constitutas intelligas, continuum certe, sed non

minimum vel ex minimis percepisti; rectilineum quippe triangulum triangulo curvilineo et circulo compositum indicamus. 21. Tale igitur continuum non mensurando intelligis, et ego tecum esse dico, quale si metiri velis, usque ad minimum resolvendo, vel heterogeneis discretum partibus invenies. Ad talia etenim minima natura omnis (quae rationis et intentionis est fundamentum) resolvendo progreditur. 22. Minus minimo dari in natura intelliges atque senties, ad diversas minimi species inspiciens. Plano enim minimo quod est ut plenum minus est minimum quod est ut vacuum; de solido quoque minimo (utpote tridimensionato vacuo) idem est iudicium. 23. Minimum ergo est prima rerum materia et substantia, quod sane ita implicat maximum, ut ab, in, cum, ex ipso, item per, in, ad ipsum sit omnis tum physica tum geometrica magnitudo. 24. Bene igitur atque tuto in materia quantitates omnes atque dimensiones implicatae intelliguntur virtualiter aut actualiter, ut est parturiens et ut est pariens, quemadmodum extra virtutem et actum unitatis nullus est numerus. Ideo non temere theologi, dum contemplationis oculos in ipsum quod est omnia cupiunt attollere, per simplicissimae individuaeque monadis coniecturas excitantur, eriguntur, diriguntur, perducuntur, confortantur, attingunt. 25. Minimum sensibile ex pluribus admodum physicis minimis esse compositum bene dicit Democritus et Epicurei. 26. Omnium corporum vis est in sphaera, omnis sphaerae vis est in circulo, omnis circuli vis in centro, vis omnis visibilium est in invisibili. Minimum quantitate est virtute maximum, sicut potentia totius ignis in virtute scintillae ignis sita est. In minimo ergo, quod est absconditum ab oculis omnium, etiam sapientum et fortasse Deorum, vis omnis est; ideo ipsum est maximum omnium. 27. Propter minimum est maximum, et propter centrum est circumferentia, si propter id a quo sunt esse debent omnia. 28. Minimi explicatio, seu centri in circumferentiam expansio, generatio est, circumferentiae vero in centrum contractio mors physice loquendo, mathematice autem constitutio seu praesentatio in uno, eversio seu occultatio in altero. 29. Distinguenti minimum quod est terminus a minimo quod est terminatum temere contradictionem improperabis iuxta significatum minimi cuius nulla est pars, et continui in cuius ratione est habere partes. 30. Minimum quod est terminus, quodque et cuius nulla est pars, magis sensibile est quam minimum quod est terminatum sensibile; immo minimum sensibile sine minimo quod est terminus non sentitur. 31. Non adeo exacte ratio percipit minimum quod est terminus, quam exacte percipitur a sensu. Minimum sensibile est circulus, et hoc centrum circuli, quod etiam circulus est. 32. Si orthodoxe loqueris, puncta, lineas et superficies, quae sunt termini, minima nunquam appellabis. Dicere enim minimam magnitudinem id ipsum quod nulla est pars, quantumvis in voce non appareat, in sensu tamen est contradictoria dicere. 33. In minimo quod est terminus contradictoria coincidunt, et sunt subiective unum idemque; ita ut ne a ratione quidem absolvi possint, quia convexum in peripheria nec est neque concipitur, nisi in et cum concavitate. Non enim potes concavitatem illam extra convexitudinem illam indicare, ita ut, si velis pari ratione eniti nominare ut sentis, dicas convexoconcauum concavoconvexum, sicut alias in maximo, ubi infinita recta necessario sit circulus et infinitus circulus necessario est recta, dicam circularecto rectocirculari. 34. Ea ergo quae in composito, sensibili, discreto, disiecto, dimensionato, multo, dissolubili, non vero, non ente distinguuntur, in simplicissimo, principio, constante, eodem, aeterno, vero, ente sunt unum idemque; ideo veritas ipsa principium est et finis, initium et consummatio, alpha et omega, immo alphaomega. 35. Non igitur falsa, sed altior quam a triviali Peripateticorum sensu perceptibilis, fuit illa Xenophanis et Parmenidis sententia: ENS unum, immobile, quod in rei veritate idem et principium et principiatum; sicut substantialiter praeter

unitatem nihil est numerus; quod non est unum, nihil est; ergo unum est ens, unum est verum, multitudo vero relinquatur ut accidens, ut vanitas, ut non ens: ita intelliges ubi monadis vocem audies SUM QUOD EST. 36. Ut ergo praeter monadem nihil est, praeter atomos et puncta nullum est quantum, ita et praeter minimi portionem et definitionem nulla est mensura, nullus est geometra et nulla consequenter philosophia. Sic ergo huius et proximorum saeculorum sophistas tanquam certissimo fundamento distinguo a priscis illis sapientibus, sicut et effectus ipsi distinguunt philosophiae illius fructus et istius, quando miraculis illi quasi cum natura disceptabant, hi vero deliri solis vociferationibus atque iurgiis omnia confundunt. 37. Dantibus minimum omnia sunt commensurabilia, sequitur ratio continui discreti rationem necessario; ut ergo vel numerus vel unitas communis est ratio omnium numerorum, ita in proposito. 38. Volentibus centrum esse minimum, impossibile est circulum bisecare. In duas enim partes indivisibile non dispescitur, idem integrum in duobus semicirculis non remanet, neque per divisionem ablatum sive praetermissum intelligas oportet, siquidem totius est pars. 39. Neque facile aufugies, ubi intellexeris centrum ut terminum; ubi enim partes finitae fuerint, termini non poterunt esse infiniti, quamvis hos iuxta innumerabiles differentias in continuo accipere geometra se credat. Porro hae differentiae non multo partium multitudinem exuperant, considerato quod unius continui definiti sunt termini, sive in longum sive in latum accipias. 40. Minimus arcus et minima chorda non differunt, sicut maximus arcus et maxima chorda idem omnino sunt. 41. Hinc physicus intelliget maximum seu velocissimum motum, quo velocior esse non potest, ab ipsissima quiete non differre. Hinc sapientia ideo omnium mobilissima quia immobilis, et ideo immobilis quia omnium mobilissima, utroque modo describitur a prophetis. 42. Minimum est circulus, et circularis est motus ipsius. Dum enim punctum primo prodit in lineam, et linea per poligonias discurrit usque in circulum, illud quod maximum dicimus atque minimum virtute et actu substantiali inveniemus esse omnia, principium idem atque finem. 43. Minimum reale multum abesse a minimo sensibili non infeliciter ostendit Lucretius; mirabiliter enim natura amplius resolvit magnitudinem quam visus quicumque et qualiscunque possit apprehendere, resolutionem autem hanc in rebus esse omnia sensibilia indicant. 44. Ut ergo resolvendo natura definit, ita et artem definire oportet. Et ut minimum absolute subsistit, ita et ratione per se aliquo pacto capiatur.

## **MEMBRUM IV**

### **OPERA CIRCA MINIMUM**

#### **OPUS I.**

Quomodo minimum apprehendam? Punctum apprehendendo. 2. Quomodo punctum apprehendam? Minimum apprehendendo circum. 3. Quomodo punctum qui est terminus a puncto quod est minimum distinguam? Ex dictione quidem (si et id placet), primum masculine, secundum neutraliter proferens; ex re vero ad minimi sensibilis centrum collineans. 4. Quomodo pro virili percipietur minimus ille circum? Si ab angulorum et partium sensu minimum obiectum abstrahes; extra circum enim minimum sensibilem non apprehendes, quia extra propriam speciem seu similitudinem nihil apprehenditur. 5. Quomodo minimum triangulum intelligam? Ex specie trium se contingentium circum. 6. Quomodo sensum Pythagorae attingam tetradem adorantis? In specie monadis in diadem, diadis in triadem, triadis in tetradem et tetradis in nullum transeuntis. Ex similitudine puncti habentis rationem unitatis, lineae quae per transitum inter duo signa intelligitur, superficiei quae ex ternario est, et primi solidi quod ex quaternario, sive pyramidem spectes sive sphaeram. Adde arithmetica rationem, quia 1 2 3 4 denarium complent, quod sumptum et resumptum numerus est omnis. Et quia ibi primum et ultimum simplicissimum, primum par et primum impar omnium numerorum mensurae, radices et fundamenta, item radicum radices et fundamentorum fundamenta et mensurarum mensura unitas.

## **MEMBRUM QUINTUM**

### **PER MINIMUM**

#### **ARTICULUS 45.**

Ante nos nemo, si tamen (ut credimus) extitit, apparuit mensurator ex aeditis, et praeter nostrum mensurandi modum nullus est alius. Ut enim extra unitatem nullus est numerus, ita et extra nostrum minimum nulla est mensura. 46. Mensuratoribus ubi recursus est ad illam infelicem artem triangulorum, et sinuum atque chordarum tabulas, amissio mensurae in aperto est et in confesso, et (ut inquam) laternae lumine amissum quaeritant cerebellum. Iidem dum sibi dispensant, ut eis sufficiat ad quartas, quintas sextasve progressum fecisse, ut tandem cum suo paulo plus vel minus opus absolutum expriment, nobis iam non geometrae seu mensuratores, sed quasi mensuratores, quasi geometrae sunt appellandi, vel (si mavis) domini circiterizantes. 47. Iidem magistri nostri, dum ad superiores et minores partes designandas abire definierint, frustra ad ampliora recurrunt instrumenta, ut circum circulo circumponentes a suis gradibus ad suas minutias progrediantur; quod si geometricè saperent, vel centrum ipsum consulerent, vel ipsam peripheriae partem centro accommodatam ad totum in peripheria definitum certis habitudinibus referendo. 48. Facile, sensu ipso quoque iudice, iisdem indicamus (ubi non disputatores sed discipuli accesserint) quod aucta peripheria, et alio circulo constituto, mutata est ratio centri, et, si placeat dicere, pariter est adaucta; ita ut ratio quae sumitur ab angulo sectoris eadem sit quae prius, et idcirco difficultas non tollitur, sed variatur cum facultatis persuasionem. Mitto quod tandem nihil tuto et

demonstrative fecisse possunt. 49. Definientes partem quod est magnitudinis minor maioris, cum minor metitur maiorem, operae precium est ut cogantur asserere quod quo diameter excedit costam, ipsis non debeat esse pars diametri. Similiter et omnis portio continui quae toti est, ut ipsi volunt, asymmetra. 50. Similiter (ex inadvertentia, credo) falluntur, cum definiunt multiplex esse maius minoris, cum videlicet minor pars metitur maiorem; addens enim ei quod proxime dictum est, quaeram ab ipsis an duo sint multa. Cum etiam terminum definiunt quod alicuius est extremum, videtur non simpliciter verum; quia alicubi inter extrema est medius terminus, et in genere magnitudinum, cum duo sint termini circuli et sphaerae, centrum videlicet atque peripheria, quamvis haec proprie extremum, illud tamen propriissime medium debet appellari. Sed contra libertatem dictionis non urgebo neque urgear. 51. Corporis item extremum seu terminum cum definiant superficiem, dicentes corpus illud esse quod superficie terminatur, an (inquam) excusabiliter errant, ubi pariter extremum et terminum sphaerae intelligunt centrum atque peripheriam? An non et punctus contingentiae duarum sphaerarum communis utriusque ad alteram terminus appellabitur? An non pyramidis terminum appellabo punctum, in quem hedrae terminantur? An non (ut notat etiam Porphyrius) duo prismata in uno latere continuabuntur? 52. Aiunt et ipsi nobiscum minimum esse mensuram in unoquoque genere; interim tamen, cum minimum definiunt quod nulla est pars, non intelligunt quod dicunt expresse nullam esse mensuram proprie quam ipsi agnoscant. 53. Dicant ergo punctum cuius nulla est pars in continuo, et quod, ut est signum seu terminus, nulla est pars; ut vero minimum, prima est pars ex regula positionis, ut videbitur. Neque etiam probe dicitur ab Herone, quasi definiente punctum, quod videlicet lineae terminus ille sit; non enim considerat ipse et alii, quod id per se puncto non conveniat; est enim et anguli et superficiei et corporis. Non enim improbamus Platonem dicentem punctum esse lineam individuum. 54. Omnia instrumenta magistrorum nostrorum, quae ad minimi inventionem sunt ordinata, minimo carent et modo ad minimum inveniendum. Atque solum illud unum et unicum est artificiosum, quod ex partibus et parte in circumferentia et ad centrum est fabricatum. 45. Quod ipsum sit unicum, solum et optimum, signum est quod hoc est simplicissimum, utpote ex paucioribus constans, facillimum, arithmeticae computatorio suffragio non indigum, et quod qui ipsum habuerit et cognoverit caetera cogetur abiicere, vel in iacturae temporis et studii memoriam trabibus appensa custodire. 55. Non est magis expresse ignorantia quam ea quae addita Euclidi putatur, angulorum et triangulorum sphaericorum doctrina, una cum illa infelicissima sinuum et chordarum techna; volunt enim circulum magis in heterogeneis manifestare, qui lateat in homogeneis, proinde ex definito angulo quantus est arcus velle definire, quid aliud est quam de visibilibus per invisibilia attentare notitiam et studiose decipi? 56. Quid quod angulus (Euclidi etiam) aut individuus est, aut in duas interdum tantum partes dissecabilis, quandoquidem, si bissecti unam partem licet bissecare, non est eundem angulum attingere, sed alterum, ut facile potest manifestari in \* figura? 57. Tantum ergo abest ut doctrina eiusmodi triangulorum et chordarum et sinuum geometriae Euclidis (quam velut inchoatam ea ratione accipiunt) aliquid apponatur, ut certe tantum ab illa detrahant, quantum ignorantia in hoc genere detrahit a doctrina; carere enim protestantur eo lumine, quod in Euclidis elementis explicatur. 58. Centrum quod est terminus, nempe medium minimum, velle sub nomine anguli dividere, est tuto circa nihilum negotiari et negotium ocio peius; ubi vero quod est minimum a lineis attingitur, respiciendum est ad minimum, quod circumpositis tantum sex aliis spatium complet. 59. Nos indicamus mensuram arcus a mensura circuli cuius est arcus, et mensuram recti

tum ex triangulo aequilatero tum ex circulo, quia sunt duo maxima et minima, quae, vel ut tota sic contentia, vel ut partes sic contentae, mensurae sunt. 60. Omnium cum duplex sit quaerendi modus circa parvum aut quodcunque minimum, vel absolute et ex natura rei (nempe ubi quaeritur, exempli gratia, quota pars est huius circuli haec? aut quota pars haec huius recti?), vel ex suppositione (nempe quaerendo quota pars est haec, cuius totum est tot partium, v. g. trecentum sexaginta? et haec quaestio est pro mensurantis arbitrio et intentione; quia non ratio rem, sed res rationem persequitur), prima mensurandi ratio apud nostros nulla est, utpote neque habita neque tentata, secunda non quidem habita, sed frustra quotidie tentatur.

## **MEMBRUM VI**

### **DE LINEA**

#### **ARTICULUS 61.**

Lineam, quae secundum longitudinem tantum partem habet et nulla est pars, terminum appello, quam definire non est minimam definire latitudinem; lineam vero quae minima pars est, aliam quidem plani, cuius latitudo punctum non excedit, ex punctis in longum dispositis (in quorum multiplicationem defluit) intelligo compositam, aliam quoque, nempe solidi, quae ex atomis in longum dispositis est constituta, utpote corpus sola longitudine dividuum, cuius latitudo atomum non excedit. 62. Est autem atomus minima pars seu prima, seu minimum corpus et prima materia cuius nulla ponitur pars. 63. Lineam suo modo definivisse vulgares geometras, non est eam quae est mensura definivisse; neque item lineam quae fluxus est puncti terminum intelligo, sed circa quam est terminus, differens ab eo, quod ille quidem nulla, haec vero prima est pars; conveniunt autem in eo quod tum huius tum illius nulla pars esse dicitur in latitudine. 64. Linea quae est terminus a linea quae est fluxus puncti causetur oportet. 65. Quod eam definiunt cuius extrema sunt duo puncta, etiam lippis veniunt deridendi; etenim et circulus et ovalis perimeter, et id genus alii, vel unum terminum communem positive, vel nullum absolute agnoscunt. Adde quod necessarium est eam eandem in plano una vel duabus superficiebus (ubi latus est vel terminus divisi plani) terminatam intelligere. 66. Nec recte definitur esse quae ex aequo intra sua signa interiacet, ut definit Euclides, et ut definit Proclus, quae inter extrema est ordinata; quandoquidem et circulo parallelo convenit inter duos alios, vel inter duo puncta seu polos, vel inter circulum et centrum aequaliter interiacere. 67. Mitto (quod) dicere longitudinem sine latitudine et profunditate (stante quod longitudo non magis proprie est in continuo quod est linea vel corpus vel superficies, quam in eo quod est motus et tempus) non est convertibilis definitio; sic enim et alia posse definiri comperimus. 68. Mitto quod linea non longitudo sed longum est proprie, quae est minimum, cuius signum est ea quae est terminus. 69. Alii definiunt cuius partes omnes omnibus similiter conveniunt, ut ait Proclus, rectam definiendo ut etiam posset definire circularem. 70. Alii aiunt eam esse quae extremis manentibus et ipsa manet. An non idem de centro possumus asserere? 71. Alibi definit Euclides eam esse cuius pars quidem non est in subiecto plano, pars autem in sublimi; sed, sive propositio sit haec sive definitio, non valet; non enim universalis est, quia cum circulus et sphaera tangunt alium circulum et sphaeram, eorum certe non est pars in plano; si enim circulus et sphaera tangunt planum vel alterum circulum sive

sphaeram, partem in plano non habent; quia secundum eos tangunt in puncto, et punctus secundum eosdem nulla pars est. (72) Quomodo definite quantitatis, velut mensurabilis, accipienda est illa linea ad rationem numerorum (ut rhythmogeometrae faciunt), cum eandem in partes pares liceat dividere et impares, idque pariter et impariter secundum innumerabiles rationes? 73. Quomodo lineam infinitis partibus constantem in duas partes aequales divisibilem volunt, quarum etiam partes sint infinitae, et interim pro absurdo habent, autoritate ducti Aristotelis Anaxagoram arguentis, ex cuius positione sequatur quod infinita sint in infinito et infinities? 74. An non istis aliud inconueniens oboritur, utpote quod inter terminos finitos lineam longitudine infinitam liceat accipere? Si quippe infinitis partibus constat linea AB, ab ipsis etiam proportionalibus vel aequalibus, licebit ergo sensim helicam lineam circa ipsam punctaliter duci certissime infinitam, non una, sed innumeris rationibus. Filum quippe non est brevius implicitum quam extensum. 75. Recta infinita est circulus, quia infiniti diametri peripheria est. In ea principium non est aliud a fine, quia est ubique centrum. 76. Est ergo centrum infinitum, et ibi idem est centrum, diameter et circumferentia; ipsa itidem est triangulus, ipsa est circulus, ipsa est sphaera. 77. Cum lineam eandem in partes aequales dividere liceat et inaequales, et consequenter partes sunt ex constituto non ex re ipsa, intelligam lineam non dividere, sed veluti divisam accipere. 78. Neque terminos neque partes infiniti licet accipere; non quidem partes, quia non tot terminos, non etiam terminos, quia non tot partes; termini enim totum quoddam supponunt atque partes. 79. Linea etiam si longum sit, omnes tamen dimensionum differentias significat, eadem in circulo longitudinem dicit et latitudinem, ut et in quadrato. In sphaera vero ultra haec etiam profundum, ubi tres dimensiones eadem notantur et idem esse intelliguntur.

## **MEMBRUM VII**

### **PRAXIS 6.**

Quomodo longitudinem sine latitudine sensu apprehendam? Lineam intelligendo terminum in plano, atque inter duos colores differentiam. 7. Ut rectam lineam experiar? Si tota sub perpendicularo lateat, si ad aciem oculi extra alterum terminorum non evagetur. 8. Quomodo brevissimam experiar? Quomodo rectam. 9. Quomodo datae rectae aequalem rectam dabo? Si aequalem vel eandem circumferentiae partem aequali vel eidem circulo adcommodata subtendat, ut BC BF. Quomodo idem a dato puncto? Quid praeterea Euclidi opus est? 10. Ut alteram altera maiorem sensu oculorum concipiam? Si, utraque peripheriae accommodata, haec quidem proximior est centro, ea vero remotior. 11. Ut a maiori quod superest abscindam? Si minoris una extremitate supra maioris extremitate quiescente extremitas altera circumducta certum excessus seu differentiae terminum indicat. 12. Ut rectam bifariam dividam? Mutuo extremorum circumfluxu facto, si punctum intersectionis circumferentiae in punctum oppositum fluat, tunc bisectionis punctum in recta subiecta indicabit, ut patet in recta AB puncto B circumfluente centrum A circulo BCEB, et puncto A circumfluente centrum B [puncto A] circulo ACDA, ubi punctum C fluens in punctum D rectam AB bisecat in puncto O. 13. Ut perpendiculararem a dato puncto ducam? Si, eo puncto posito centro atque distantia, pars subiectae rectae circumfluxu comprehendatur, et in punctum illius bissectae datum punctum fluat. Ut super recta AB a dato puncto C, posito centro C et circumfluxu ABA, super punctum bisectionis O punctum C fluat. Idem fit in forma

ex \* si a puncto lineae M et H contingentis A in centrum ducatur recta Aa. 14. Ut data recta linea \* AB a puncto in ea dato O rectam lineam ad angulos rectos excitabo? Eodem quo proxime supra pacto. 15. Ut super dato puncto \* O lineam ad angulum rectum excitabo? Eodem pacto quo perpendicularem. Item ut in \* super punctum A in recta linea aA perpendicularem et ad rectum angulum HA suscipiam? Ipsi aA aequali distantia AG, centroque posito a et distantia aG, circumfluentis sextantis GH punctum H fluat in A. 16. Ut lineam in \* OP dividam quemadmodum linea BC? Triangulo aequilatero OPA constituto, cui eidem ad magnitudinem lateris ex maiore, cui minor accommodetur, et ab angulo A linea vel lineis per puncta sectionis vel sectionum productis. 17. Ut lineam eandem regulate rectis sectionibus dividam? Si super eadem basi geminato triangulo, nempe ut cum triangulo FGB componatur triangulus FBD. 18. Ut a data recta imperatam partem auferam? Si, ut proxime supra, velut alteram divisam divides. 19. Ut lineas ita disponam, ut ubi una pariter dividitur, altera dividatur impariter? Fit ut in duobus triangulis compositis in \*, nempe triangulo ABC, et triangulo ABD, quando a puncto D recta OA bissecatur per rectam DS, recta AC trisecatur. Ex qua consideratione multa commoda consequuntur, visis etiam differentiis aliarum obliquarum linearum intersectarum et intersecantium, ut in AT bissecante lineam CO quomodo secetur a linea DS. 20. Ut lineam cum Pappo trisecabo? Considerando rectam a centro trianguli aequilateri, ut in \* AEC rectam IB, esse tertiam partem perpendicularis a vertice quae est AB per a in basim FD. 21. Quomodo data recta secabitur, ut rectangulum comprehensum sub tota et altero segmentorum aequale sit quadrato a reliquo segmento? Si ut in \* ex recta EL fiat quadratum EGLI, et punctum L in punctum bisecti lateris oppositi fluat, et aequalis ipsi Lf producat fe, et ei parti qua fe superatur aequalis capiatur super eL; inde quadratum et rectangulum quaesitum dabitur. 22. Ut data recta extrema et media ratione secta dabitur? Si latus hexagoni et latus decagoni eidem circulo inscriptorum I in latus unum componantur. Item si pentagoni aequilateri et aequianguli duos qui deinceps sequuntur angulos rectae subtendant, ut infra ubi de figura. 23. Ut in sectis extrema et media ratione continuum progressum faciam? Si iam sectae hoc pacto adiuncta sit altera segmento maiori aequalis. 24. Ut mediam proportionalem inveniam? Ut in \* inter LO OB invenitur OC, cum centro posito puncto bisectae compositae LOB quod est A, et circumfluente B puncto; haec etenim est notata per mediam inter maximam et minimam, quae a puncto O extra centrum circuli in peripheriam LCBL producat. 25. Ut datis duabus vel tribus lineis tertiam vel quartam proportionalem accipiam? Ipsi pro earundem ratione in triangulo aequilatero adcommodatis ut \* aNS, vel aequicrura ut \* ALE. Notato in \* quid det distantia AF, posita super distantia NS, vel in \* DF super AE. 26. Ut datis duabus inaequalibus tertiam continua proportione inveniam? Fit ex ambabus una recta producta et utriusque a centro distantia circumfluxibus, adcommodata maiore maiori circumferentiae quae est basis trianguli, cuius latus est vel in centro, vel in opposito circumferentiae puncto etc., ut \* data aA AN ex aN factus est triangulus aNS. 27. Ut datis duabus rectis inaequalibus, ut \* aF aN, dabo infinitas alias eiusdem proportionis maiores atque minores? Ex iis duobus concentricis circulis descriptis, et chordis ut FA et SN duorum semidiametrorum aN aS ab invicem distantiam et propinquitatem consequentibus. 28. Ut datis duabus rectis lineis aut circulis inaequalibus (unde sequitur iudicium de rectangulis, parallelogrammis et quadratis, quae duabus rectis lineis continentur) sciam in qua proportione altera maior sit? Si componantur in unam rectam, ut \* aA AN, centroque a et distantia aA fiat minor circulus, distantiaque AN fiat maior, et aequali ipsi aN posita NS adcommodata peripheriae, conclusoque triangulo aNS, ex aequali ipsi aA, vel AF superposita ipsi NS et ab eius altero termino fluente ad centrum a, super recta AF

sequitur designata tertia in continua proportionalitate; ita ut illa proportio quae est inter lineam aN et ipsam tertiam ea erit inter superficiem ex linea aN et superficiem ex linea tertia. Patet in eadem figura sumptis duabus aequalibus ah et hN. Sic enim se habet aN ad ah, ita se habet Nn (quae et aequalis ipsi ah) ad gh. 29. Ut super recta linea a dato puncto parallelam ducam? Si ut in \* super EB a dato puncto F parallelam quaeras, in ipsa linea EB vel infra quocunque puncto posito centro, ut a (unde in anguli obliqui constitutionem fiat fluxus), circa ipsum fiat circumfluxus per datum punctum; mox enim EB comprehendet vel semicirculum vel aliam circuli portionem, ut sumpta ipsi EF aequali BA reliquum punctum A fueris assecutus parallelae lineae terminum. 30. Ut quotlibet uni parallelas accipiam? Eadem ratione, nempe in AB et EF aequalibus distantis acceptis. Item facta AF basi trianguli aequilateri aFA (vel etiam cuiuslibet aequicruri), productis in infinitum lineis Aa et aF, moxque posito centro I et qualibet distantia aequali super ambobus lateribus, ductus circumferentiae inter duos parallelae terminos ex aequalitate semidiametrorum comprobabit. 31. Quomodo agam si per angustiam centro seu angulo maxime vicinam non liceat ab angulo accipere? A terminis remotioris parallelae super altero latere aequalem capiendo ei quae super capiebatur. 32. Ut quantamlibet partem a data longitudine accipiam? Fit quacunque minori secundum dati numeri rationem divisa, moxque iuxta numerum quo minor tota est in tota maiori mensurata accipiat integrum ex toties resumpta eius parte. 33. Quid pro ultimo residuo? De linea quae data mensura est, ut \* NS, fiat triangulus aequilaterus, et una eius pars ad angulum oppositum a adcommogetur, quae sit v. g. bd. Moxque huic parti superposita particula, quae sit v. g. bc, per eius terminum c ab a in NS producat a c n, et patebit esse trium sequentium partium, qualium NS erat proxime antecedentium; nempe si illae sunt primae, hae sunt secundae, si illae tertiae, hae quartae, et ita deinceps. 34. Quid si minimum sensibile quidem est, sed imperceptibile? Cape maiorem partem, quae tanto erit perceptibilior; etenim ex definita maiori parte facile quantitas residui cognoscetur.

## **MEMBRUM VII**

### **DE ANGULO.**

#### **ARTICULUS 80.**

Quid angulum aiunt duarum linearum se tangentium et non in directum sitarum mutuam inclinationem, si et rectum angulum constituentes lineae non sunt inclinatae, sed ibi potius est recta super rectam insistens vel stans? Nec Proclo placuit haec definitio. 81. Mitto quod angulum rectum definitum non video ab Euclide, sed angulos rectos. 82. Angulum quoque acutum esse dicere qui minor recto, non esse universaliter dictum et de omni Proclus animadvertit. 83. Rectilineus quoque rectus recto circulari maior habetur, non tamen est obtusus; et circularis rectus minor est rectilineo, non tamen recto minor. 84. Angulum secundum triplicem significationem accipio; aut enim est terminus qui et cuius nulla est pars, aut est minimum quod prima est pars, aut est distantia unius (in basi vel arcu peripheriae) datarum partium a puncto coitus in duabus lineis coeuntibus accepta. 85. Angulus aequilateralis nobis catholica est mensura quam orthogonius potior propter multas causas, praesertim vero quia ipse undique aequalis est, angulos nempe et latera omnia habens est aequalia. Angulus item rectus ad istum se habet per additionem, hic vero ad illum ut simplex ad compositum; ut igitur illo

minus et illi ut minimum, ita et mensura erit. 86. Si id quod est minimum sub inclinatione duarum linearum non congruenter inter se collocatarum angulus definitur, cur ergo illud minimum bifariam dividere licebit?

## MEMBRUM VIII

### PRAXIS 35.

Ut quantus sit quicumque arcus et angulus inspicitur? In triangulo aequilatero inscripto; \* enim partes peripheriae SN vel GM AF in partibus arcus bd licebit videre et partes istas in illis. 36. Ut videbo quanto \* angulus paM sit maior angulo GaM? Sumpta differentia pG et posita super GM; hac ratione etiam videbis quanto recta aN maior sit recta aM. Simili modo posita differentia GN super recta aM. Sic etiam quanto angulus rectus sit maior angulo quocunque, et acutus minor recto. Itaque quantitas arcus et anguli, in una parte in trianguli angulo (quam latus mensuratum subtendit) examinatur. 37. Ut angulum angulo aequalem faciam? Altero crure posito pro semidiametro vel in semidiametri parte, altero vero circumferentiae adcommodato vel in adcommodata parte inspecto, stante quod in aequalibus circulis aequales lineae aequales subtendunt angulos. Item si in circulo aequali aequale segmentum capiatur; sic enim \* angulo iMF aequalem angulum iGA constituisti ad datum punctum. 38. Ut angulus bifariam dividetur? Si \* punctum n bisectae NS fluat in angulum subtensum; oportet autem basim vel aequalia vel adaequata crura continere. 39. Ut angulum quacunque data ratione dividam? Considerato quod angulus rectus est in semicirculo, et tanto alius est maior recto, quanto semicirculo minorem arcum recipit, tantoque minor, quanto semicirculo recipit maiorem. Arcuum ergo ratione comprehendes. Item considerato quod in circulo angulus qui ad centrum duplex est ei qui ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria basis angulorum, ut \* angulus RaP duplex est ad angulum RNP. An non in lineae aN partibus eos qui sunt inter duplum et simplum angulum inveniemus? An non in partibus lineae quae sunt a puncto a ad basim RP perpendicularis certa ratione ultra duplum gradatim capientur anguli? 40. Ut super dato puncto intra lineae extremitates angulum rectum constituam? Si, super eo puncto posito centro, hinc indeque duo puncta mutuo circumfluxu supernum punctum indicent. 41. Ut supra extremitate lineae \* DA angulum rectum seu lineam contingentem excitabo? Si primo punctum A circa a punctum circumfluxerit, secundo AC capiatur basis trianguli aequilateri ACH; sic enim H fluat in A. Similique triangulo sumpto AEM definitum habes etiam triangulum brevi circumscriptum HMK. Demonstratio inde est, quod arcus idem circuli est mensura omnium laterum. 42. Ut angulus duos uni recto aequales dabo? Si \* ab angulo G trianguli BGF ad basim BF in angulum rectum cadat linea Gd, trianguli GdF anguli tres sunt duobus rectis aequales, angulus autem qui est in D est unus rectus. 43. Ut angulos duos duobus rectis aequales? Quomodocunque recta inter extremitates rectae incidente. 44. Ut tres angulos duobus rectis aequales? Quocunque triangulo rectilineo formato. 45. Ut angulum quovis rectilineo maiorem et quovis rectilineo minorem efficiam? Si ab extremitate diametri ad angulos rectos lineam duxeris; angulus enim \* ex recta MA et curva AF minimus esse, angulus autem ex recta MA et curva AB maximus convincitur. 46. Ut angulum simpliciter minimum dabo? Si illum qui est intra convexitudinem duorum se contingentium circulorum accipias, ut ApB. 47. Ut ex planis tribus angulis, quorum duo ut libet assumpti tertio sint maiores, solidum angulum constituam? Modo quo ex tribus lineis triangulum planum, et dummodo

tres anguli quatuor rectis sint minores. 48. Ut ad datam rectam lineam eiusque punctum angulum solidum dato angulo solido aequalem constituam? Si ut angulum planum, ita planos angulos tractaveris.

## **MEMBRUM IX**

### **DE TRIANGULO**

#### **ARTICULUS 87.**

Trianguli infiniti quantum est latus, tantus est angulus. 89. Necessario triangulus ille est aequilaterus et aequiangulus. 90. Immo uniangulus, unilaterus. 91. Immo angulus idem est quod latus. 92. Immo una linea est. 93. Immo unus angulus est, immo circulus est. 94. Quare illa trinitas est unitas? Quia idem est tres lineae et una linea, tres anguli et unus angulus. 95. Triangulorum sphaericorum scientia in ea quae est de rectilineis implicatur, considerato quod arcus per chordas definiuntur, et subtensum atque subtendens mutuo sunt mensura.

## **MEMBRUM X**

### **OPUS 35.**

Quomodo triangulum minimum intelligam? Ex iis quae de minimo dicta sunt. 36. Ut triangulus aequilaterus ex data linea constituitur? Mutuo extremorum punctorum circumfluxu \* A et B in punctum C. 37. Ut migrat duplicatus in rhombum? Si A et B subinde circumfluant in punctum D. 38. Ut triplo maiorem? Positis centris C et D, quorum circa alterum A, circa alterum vero B circumfluat; moxque fluxu CA producto in G et CB in H, vel GA in C, HB in C. 39. Ut triangulum ex tribus datis lineis efficiam? Si aequilaterus in una duorum circulorum aequali dimidiametro \* AB capiatur. Si aequicrurus, inaequalis ultra vel infra centrum capiatur ibidem, aut iniquo latere ad circuli peripheriam adcommodato, cuius semidiameter uni datorum crurium est aequalis, ut patet in CNE. Si gradatus, tunc ex maiori semidiametro sit circulus, illique concentricus ex media, et facile circumferentiae interioris duo reliqua latera applicabuntur, ut ex aM MA Aa est AMa. 40. Ut triangulum rectangulum in infinitum super eadem recta linea variabo? Si sit illa semicirculi terminus; ut \* super GK, angulus GHK, item GIK. 41. Ut triangula secundum infinitas linearum formas stante areae aequalitate variabo? Si perpetuo super aequalibus basibus infra easdem parallelas, ut \* OCB OFB. 42. Ut trianguli aream utlibet augebo atque minuam? Si intra parallelas easdem basim quantamlibet accipias. 43. Ut trianguli angulum bisecabo? Ut et angulum bisecare didicisti. 44. Ut basis trianguli segmenta eandem habebunt rationem quam reliqua trianguli latera? Si eadem recta trianguli angulum et basim bisecat. 59. Ut triangulum proportionaliter? Si ad unum eiusdem latus parallela ducta fuerit, ut \* ipsi CG ipsa BD. 60. Ut triangula proportionalium laterum efficiam? Si aequiangula. Aequiangula autem erunt iuxta proxime ordinata. 61. Ut triangulo quamcunque lineam adcommodabo? Si similis trianguli basis efficiatur, ut \* in triangulo DEF lineam AB, vel triangulo ABC lineam GH. 62. Ut triangulum rectagonum in similia sibi et inter se multiplicabo? Si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducta sit, ut in \* QSN triangulo, si punctum S fluat in punctum h. 63. Ut triangulum aequilaterum circulo

breviter circumscribam? Si ut supra ad anguli recti structuram. 64. Ut triangulo aequilatero circulo inscripto parallelum dabo circumscriptum? Si per eius inscripti angulos terminus semidiametri in aequalem fluxerit distantiam. Ipsi enim \* aA aequali facta AG, ipsi aC aequali CI et ipsi aE aequali EL, fluxeritque G in L. [in L] et I in G. 65. Ut triangulum isoscelem, qui habeat utrumque eorum, qui ad basim sunt angulorum, duplum reliqui? Recta proportionaliter divisa, ut facit Euclides, et hoc docebimus brevissime in exoticis. 66. Ut datum triangulum in constituta triangula partiar? Si ut \* trianguli ABC latere AB quadrifariam diviso, OEQ bifariam et divisionum puncta in angulum subtensum fluant; eiusdem enim sunt altitudinis et aequalis basis. 67. Ut a puncto in uno laterum trianguli dato lineam ducam, quae triangulum dividat bifariam? Si latus in quo est punctum datum bisecetur, et punctum fluat in oppositum angulum, cui fluxus parallelus sit alius, nempe puncti bisectionis, in cuius fluxus terminum fluat datum punctum. 68. Ut triangulum quemlibet ad orthogonium reducam? Si quemadmodum \* triangulus AEO reducitur ad ACO, propter hoc quod est ille ambligonius cum hoc orthogonio super aequali vel eadem basi AO, intra easdem parallelas AO et EC constitutus. Fit etiam ad aequilaterum media proportionali inter extremas. 69. Ut trianguli orthogonii superficiem planam dimetiar? Si semissem unius lateris in totam magnitudinem alterius multiplicabimus, vel tota in alterum ducta conflatum numerum in partes aequales distribuemus, ut si \* GD sit quatuor partium, GC vero octo, totum erit triginta et duarum partium: hoc conflatum erit parallelogrammi comprehensi sub rectis DG GE, nempe parallelogrammi GDEC; semissis ergo eius GDc erit sedecim partium. 70. Ut trianguli isopleuri superficiem dimetiar? Si ut \* DCF triangulum recta EC bisecante in duo orthogonia resolvas. 58. Ut cuiuslibet trianguli aream? Si quemlibet triangulum ad orthogonium redegeris, ut proxime supra. Ita et cuiuslibet figurae rectilineae area invenietur, siquidem omnis in triangulos necessario resolvitur.

## **MEMBRUM XI**

### **DE PARALLELOGRAMMO**

#### **PRAXIS 59.**

Ut parallelogrammum dabo? Quatuor ex adverso parallelis rectis et angulis aequalibus. 60. Ut parallelogrammum aequale quadrato constituam? Fit basi quadrati adcommodata intra duas parallelas et quantumlibet productis duabus lineis. 61. Ut parallelogrammum cuivis parallelogrammo aequale? Super eadem vel aequali basi, et infra easdem parallelas, ut \* CFDG ipsi CFDH. 62. Ut parallelogrammum variabo manente eadem areae aequalitate? 63. Ut quantumlibet augebo atque minuam? Basi inter parallelas aucta et inminuta. 64. Ut datis duobus parallelogrammis a maiori minus auferam? Altero super alterum adcommodato. 65. Ut aequale dato rectilineo CFDH in dato angulo rectilineo CGH? Angulo et basi intra duas parallelas adcommodatis habes CGDF. 66. Ut parallelogrammum aequale triangulo ad datam rectam lineam in dato angulo rectilineo? Ut supra. 67. Quomodo parallelogrammum duplum triangulo dabo? Si eadem basis inter easdem parallelas, ut ABCF ipsi ABC. 68. Ut ex dato parallelogrammo rectangulo \* BCgh gnomonem constituam? Si in longitudinem duorum laterum proxime dicta ratione resolvam Dbfa. 69. Ut datae areae quantumlibet extendendae dimensionem videbo, utpote dati corii quanta corrigiae erit latitudo, ad unius miliaris longitudinem

exaequandam? Rationaliter sectione et subsectione facta usque ad magnitudinem tractabilem. 69. Ut parallelogrammi aream dimetiar? Duorum laterum partium alterius per partes alterius deductione.

## MEMBRUM XII

### DE QUADRATO

#### PRAXIS 84.

Ut quadratum fabricabo? Vel \* lineis  $aB$  et  $ab$  in angulum rectum dispositis et aequalibus, secundo a circumfluente tum circa  $B$  tum circa  $b$ , indicetur punctus  $C$ , in quem fluens  $B$  et  $b$  perficiant quaesitum; vel secundo in circulo duos capiendo diametros ad angulos rectos se intersecantes, quos duorum triangulorum oppositi anguli  $A$  et  $D$ , et puncta media, in quibus mutuo intersecant, indicabunt; vel tertio modo quo duas huiusmodi diametros in circulo nanciscimur, ut in \*, postquam habemus  $Pe$  (circumducto maiore circulo, circa  $e$  centrum circumfluente  $P$ ), facillime habebimus terminos circuli  $PCGLP$  duorum laterum hexagoni circa  $P$ , quorum uno in altero fluente evidens erit recta ag. 85. Ut quadratum vel quadrato dabo aequale rectagono vel rectagonum? Si, velut \*, extra circum ABcA sumatur punctum aliquod, ut  $G$ , a quo puncto in circum cadant duae rectae lineae, quarum altera circum secet ut  $GD$ , altera vero tangat ut  $GF$ , tunc rectangulum comprehensum sub  $GD$  et  $GA$  aequale erit quadrato quod est ex  $GF$ . 86. Ut, datis duobus quadratis inaequalibus, utrique eorum gnomonem adiungam alteri aequalem? Ut in \* si sint  $dM$  et  $ML$ , volo quadrato lineae  $dM$  adiungere gnomonem aequalem lineae  $ML$ , et vicissim quadrato lineae  $ML$  adiungere gnomonem aequalem quadrato lineae  $Md$ ? Si statuas ambas lineas  $Md$  et  $ML$  ad angulum rectum  $dML$ , et fluente  $d$  in  $L$  perficio triangulum rectangulum  $dML$ ; tunc descripto quadrato  $dMKf$  produco latus  $Md$ , quoadusque sit aequale ipsi  $dL$ : fluat igitur \* in  $a$ , et constituo quadratum ipsius quod est  $MaFI$ , et erit gnomon  $aFK$  adiunctus quadrato  $MdKf$  aequalis quadrato lineae  $ML$ . Iam vero ad gnomonem adiiciendum alteri quadrato describo quadratum ipsius  $ML$ , quod sit  $MLgh$ ; sic erit gnomon  $ahFL$  adnexus quadrato  $MghL$ , et idem aequalis quadrato  $MdKf$ , quod quaerebatur. 87. Ut dato gnomoni aequale quadratum describam? Nonne eodem artificio? 88. Ut datis duobus quadratis unum aequale constituam? Ut \* ipsis deh et dab? Duobus eorum lateribus (sive aequalia sint sive inaequalia) ad angulum rectum constitutis, ut  $ed$  et  $da$ , sumptoque pro latere tertii quadrati recta  $ae$  angulum  $d$  rectum subtendente. 75. Ut quadratum unum quanto duobus reliquis sit maius cum Euclide indicabo? In amblygoniis triangulis considerando quanto quadratum a latere angulum obtusum subtendente sit maius quadratis a lateribus obtusum comprehendentibus, ut \* in triangulo  $Aed$  quadratum quod fit ab  $Ae$  maius est quadratis quae fiunt a  $de$  et  $dA$ , pro quantitate rectagoni bis comprehensi et ab uno laterum, quae sunt circa obtusum angulum, nempe  $ed$ , in quod, cum productum fuerit in  $P$ , cadit perpendicularis  $AP$ , et ab assumpta exterius linea, nempe  $Pd$ , quae est sub perpendiculari prope angulum obtusum  $d$ . 76. Ut quadratum unum quanto duobus reliquis sit minus cum Euclide videbo? In oxigoniis triangulis, ut \* in  $NCI$ ; ibi enim quadratum a latere  $NC$  angulum acutum  $I$  subtendente minus est quadratis quae fiunt a lateribus angulum ipsum comprehendentibus, nempe  $NI$  et  $CI$  pro quantitate rectanguli  $NL$   $LI$  bis comprehensi, et ab uno laterum quae sunt circa acutum angulum, puta  $NI$ , in quod cadit perpendicularis  $CL$ , et ab assumpta interius linea  $IL$ , quae est sub perpendiculari prope acutum angulum  $I$ . 91. Ut quadratum dato rectilineo aequale constituam? Ut in \* ipsi  $Pf$   $Oi$ . Assumpta ipsi  $fi$  aequalis ipsa  $fG$ , et bisecta  $Pg$  in puncto  $e$ , et circa centrum  $g$  fluente  $G$  semicirculo  $GCP$ , et tunc linea ab  $f$  in  $m$  perpendiculariter ducta latus est quadrati quod quaeritur. 92. Ut quadratum inscribam? Sic secundo modo supra fabricabatur et tertio. 93. Ut quadratum

circumscribam? Si lineas a centro circuli ad punctum bisectionis laterum inscriptorum assumptas tantundem producas, et earundem termini connectantur. 94. Ut quadratum circumscriptum duplum esse inscripto recognoscam? Si ad rectorum triangulorum numerum et magnitudinem respexeris. 95. Ut quadratum posito cum Euclide triplo maius adferam? Si recta linea \* Qc per extremam et mediam rationem secta sit in b, quod a tota et minore segmento simul utraque quadrata tripla sunt eius quadrati, quod a maiore segmento describitur. 96. Ut quadratum cum eodem Euclide posito datove aliquo quintuplo maius adducam? Item \* si recta linea Qc per extremam et mediam rationem secta est, maius segmentum QB totius lineae dimidium (quod certo puncto intersectionis indicatur) assumpserit, quintuplum potest eius quadrati quod a totius dimidia describitur. Idem sequitur, si minus segmentum assumpserit dimidium maioris; quintuplum enim potest eius quod a maioris segmenti dimidio describitur quadrati. 97. Ut octagonum, sexdecagonum, 32-gonum constituam? Ex hac radice, nempe ex bisectione et subbisectione laterum, ut \* rectae ea ec ef ed in circumferentiam protensae eiusdem in punctis terminos[que] quaesitorum laterum aperiunt.

### **MEMBRUM XIII**

#### **DE PENTAGONO, DECAGONO, 20-GONO ETC.**

##### **OPUS 98.**

Ut pentagonum cum Euclide? Per vim lineae AB, qua latus tetragoni inscripti AC secatur proportionaliter in puncto D, quod sectum ostendit diametrum DE latus pentagoni. 99. Ut inde sequitur decagonus, vigecagonus et reliqua proles? Respice chordam Ce, Ef et caeteras. 100. Ut aliter et melius? \* linea AB proportionaliter secta in puncto C, quod fit AB in quinque partes divisa, nempe 1, 2, 3, 4, 5, mox aequali ipsi BC ex opposita parte sumpta AD, id est A2, centrisque positus D et C mutuo circumfluxu in E coeuntibus, centroque E distantia EA sit circulus AFBA, moxque E fluat in F, quod per D fluat in G et refluat in B, et per C fluat in H et refluat in A. Vel tertio modo capias lineam AB in quinque partes divisam 1, 2, 3, 4, 5 terminis, et bisectam in a, tunc super recta CD triangulus aequilaterus constituatur CDE, centrumque E circumfluente ipso A fiat circulus AFBA. Atque a puncto E per a ad circumferentiam perpendicularis ducatur EaF. Et tandem ipsi FB aequalis capiatur arcus BH HG, iunctisque FH HA BG, vel iunctis AF FB BH HG GA. 101. Ut aliter atque facillime? \* bisecta semidiametro OI in puncto H, punctoque H punctum I circumfluente in HEAH peripheriam, in distantia EH vel AH est latus decagoni circulo EIVA inscripti, et puncto H circa E centrum fluente ostendentur termini lateris pentagoni B et C. Fit item in \* fluente C in punctum bisectae semidiametri f et aequali ipsi Cf sumptae super feP; tunc enim a termino eius in e latus erit decagoni, ab eodem autem in C pentagoni. 102. Ut a pentagono sectam media et extrema ratione habebō? Si rectae duobus qui deinceps sequuntur angulis subtendantur, iunctis item hexagoni et decagoni lateribus, quae eidem sunt inscripta circulo.

### **MEMBRUM XIV**

#### **DE HEXAGONO, DUODECAGONO, 24-GONO**

## **OPUS 103.**

Ut hexagonum circulo inscribam, vel ad datae lineae latus? Linea ipsa pro semidiametro capta et circumferentiae adcommodata, ut patet in \* aequali(bus) ipsi AB sumptis BC CE EL GD DB LG, et in \* aequalibus ipsi aA sumptis AB BC CD DE EF FA. 104. Ut inde sequitur 12-gonus, 24-gonus et deinceps? In praesentiarum bisecta et subbisecta chorda et arcu. Operatio enim per immediata dabitur posterius, cum duo reliqua latera extra circulum capiuntur.

## **MEMBRUM XV**

### **DE HEPTAGONO, 14-GONO, 28-GONO ETC.**

## **OPUS 105.**

Ut heptagonum circulo inscribam? In \* sumpta in OI semidiametro bisecto in puncto H perpendiculari VH, qua peripheriae adcommodata propositum consequare. Bisectis autem et subbisectis arcubus ad prolem heptagoni patet accessus. Habes idem in \* in puncto e, ubi rectam aA bisecat recta BF.

## **MEMBRUM XVI**

### **DE NONAGONO, 18-GONO, 36-GONO ETC.**

## **OPUS 106.**

Ut nonagonum constituam? Si in \* alterna hexagoni puncta B et F ab A aequidistantia per E et C hexagoni subsequenter puncta a D aequidistantia fluant in lineam KI in D contingentem, ubi vicissim C per B et E per F in alteram contingentem in puncto A, nempe LM, anguloque, puncto I fluente in M et K in L, facile in \* claustro constituto, subtensa DH vel DG latus est nonagoni, et quae subtendetur arcui GC vel HE, latus erit 18-goni. 107. Ut aliter? Fit item liberius in \* linea AB in septem partes divisa et bisecta in puncto C, et super recta 3 4 triangulo aequilatero 3 4 D constituto. Item circa centrum D ipso A circumfluente, atque fluente centro D per C in punctum circumferentiae E. Mox si CE in puncto F bisecetur, et punctum 2 per F fluat in G, et punctum 5 per F fluat in H, tunc adcommodata recta GH latus est inscripti nonagoni; et quae adcommodari potest arcui GE vel HE, latus erit duodecagoni.

## **MEMBRUM XVII**

### **DE POLIGONIA**

## **ARTICULUS 108.**

Cum circulus non sit infinitus, neque poligoniae in eo poterunt esse infinitae, sive inscriptas sive circumscriptas velis. 90. Licet utrumque horum finitum liceat accipere, poligoniae tamen partes circuli partibus aequales non accipies. 91. Poligoniae enim incommensurabilitas cum circulo a paritate et imparitate partium

procedit. 92. Nulla poligonia eodem numero constare potest cum circulo, quae sit aequilatera. 93. Maximam poligoniam quae circulo inscribitur aequilateram esse oportet, et hanc tertia parte (quod ad numerum partium, quae sunt in peripheria et lateribus comparando) a circulo superari. 94. Poligoniae cardinales sunt, quae angulis constant 3, [4], 5, 7, 9, 11, 13, (15,) 17, 19, (21,) 23, 25, 27, 29 et similes. 95. Sicut numeri species alterius numeri speciei non exaequatur, ita neque una poligonia aequilatera alteri aequilaterae. 96. Memento aliud esse magnitudinem magnitudini, aliud figuram exaequare figurae; in hac enim respiciendum est ad perimetrum, campum et formam. Vide ergo an quibus horum duo sunt communia, tertium possit esse proprium.

## MEMBRUM XVIII

### OPUS 108.

Quomodo polygoniam duplicando continua ratione procedam? Angulos vel latera vel ambo haec bisecando, centro per bisectionis punta fluente. 109. Quomodo quamcunque polygoniam cuicunque polygoniae aequabilem faciemus? Eidem vel aequalibus circulis utrisque inscriptis et circumscriptis, et inter extremas intermedias accipiendo invicem conferendas. 110. Ut inter maximam et minimam, seu inter duas quaslibet inaequales eiusdem speciei polygonias, mediam invenies? Si tertia sit parallela et aequidistans inter unam circulo inscriptam et alteram circumscriptam. 111. An hinc polygonia fiet tertia vel quantacunque parte maior vel minor, si tanto circulo habeatur adscripta? Ita sane, ubi similia quae sunt in circulis polygonia rationem habent inter se, quam descripta a diametris quadrata. 112. Quomodo polygoniarum similium habebis rationem? An non etiam per circulorum quibus inscribuntur proxime dictam rationem? 113. Ut autem circulorum? Per eorum diametrum vel semidiametrum. 114. Ut autem semidiametrorum differentias investigabo? Adcommodando eas eidem aequilatero triangulo. 115. Ut quamcunque polygoniam inscribam vel circumscribam vel simpliciter formabo? Non nisi circulo vel circuli parte definita in similem partium numerum vel certam numeri partem divisa. 116. Ut cuiuscunque polygoniae centrum inveniam? Si confluant bisectorum laterum puncta, vel in angulos fluant, et habebis intersectionis punctum. 117. Ut cuiuscunque datae polygoniae aream inveniam? Eius investigato proxime dicta ratione centro, ut in \* hexagono ABCDEF cui centrum est a. Tum unum laterum AF biseco in puncto e, quod e fluat in a. Mox compono latera in unam rectam, quae sit NQ, quae tanta est quantum est totus ambitus hexagoni. Duco postmodum aQ per perpendiculararem QH super linea QN, quam facio aequalem lineae Ae, et tunc, fluente N in H, triangulum orthogonium habeo dato hexagono aequale. Potest item dimidius ambitus in lineam componi, quae sit AQ, et haec in lineam QH ducta constituat parallelogrammum hexagono aequale. 118. Ut quadratum et polygoniam quamlibet cum Archimede circulo aequalem describam? Diametro in quatuordecim partes aequales divisa, tumque ab undecima illarum perpendiculari ad peripheriae contactum ducta, cuius contactus punctus in alterum maioris partis diametri extremum fluens dat latus quadrati circulo aequalis. Eiusdem fluxus quantitas, si latera cuiuslibet polygoniae continet, tunc cum adiecta ad angulum rectum ea quae a centro ad praedictae bisectionis punctum componet orthogonium, quod est via ad propositum. 120. Ut rectilineum dato rectilineo simile similiterque positum describam? Si aequalibus constant angulis et proportionalibus lateribus. 121. Ut polygonias proportionales faciam atque similes? Si rectae proportionales fuerint. 122. Ut quamcunque aequilateram et aequiangulam? Si aequales rectae aequalibus intervallis circumferentiam attigerint, vel a circumferentia attingentur; sic etenim et huiusmodi figuram inscribes et circumscribes. 123. Ut inscripta migrat in circumscriptam et e converso? Per bisectionum puncta ad angulos, et angulorum ad bisectionum puncta progressum. 124. Ut duplicando et mediando has progressum faciam? Per subtensam angulo recto orthogonii et istius subtensae bisectionem, dum punctum bisectionis in angulum rectum fluxerit, sicut et duas minores polygonias in unam maiorem, et in duas minores unam maiorem. 125. Ut unius figurae perimetrum in alius perimetrum mutabo seu resolvam numerorum ratione? Adcommodata lateris divisione vel appositione. Triangulum quippe aequilaterum captis triangulis partibus quadripartiti lateris in quadratum transformabis, quia 3 deducta per 4 reddunt 12, quadratum vero in aequilaterum triangulum quatuor

capiendo partes, quantae sunt in tripartito latere. Trigonum in pentagonum tribus de latere quipartito partibus acceptis. Pentagonum in trigonum, si hic tanta habeat quinque, quanta ille tria. Tetragonum in pentagonum, si de illius quipartito latere quatuor hic partes assumat, quia 3 deducta per 5 reddunt 15. Pentagonum in trigonum, si quales partes in latere illius sunt quatuor, in istius latere quinque habeantur. Pentagonus enim 20 habet latus ut 4, huius quadratus habet latus ut quinque; quia 4 ducta per 5 reddunt 20. De caeteris idem est iudicium. 126. Ut angulum (ad cuius dimensionem latus lateri apponitur) in transmutatione figurae variabo? Certa analogia in recta (quae trianguli aequilateri angulo subtendebatur) adaucta aequas partes partibus apponendo; duabus enim partibus illius duae aliae eiusdem rationis, appositae in directum, angulum tetragoni ostendunt, ut patet in \* aip aequilatero, ubi si aequalis ipsi ip apponatur pO, angulus trianguli iaP migrat in angulum quadrati iaO. Hic non mediocrem habemus contemplandi locum. 127. Ut figuram unam figuris duabus similibus et similiter positis aequalem et similem faciam? Aequalem quidem duobus lateribus in angulum rectum dispositis, habita subtensa angulo orthogonio; similem, si aequales recipiat angulos; similiter positam, si eodem ordine laterum differentias suscipiat. 128. Ut universaliter figuram figurae similem, et in quantacunque proportione? In latiore vel arctiore circuli vel quadrati vel figurae campo laterum aequaliter auctorum parallelas positas capiendo, sique aequalibus suppositis angulis infra vel supra peripheriam aequales punctorum fluxus capiantur.

## **MEMBRUM XIX**

### **DE CIRCULO**

#### **ARTICULUS 97.**

Circulus verus non magis potest esse sensibilis, quam simpliciter individuum. 98. In circulo infinito idem est diameter et circumferentia, necessarioque una eademque linea; ideo circulus infinitus est recta infinita. 99. Circulo inscripta vel circumscripta poligonia, quanto plurium angulorum fuerit, tanto ad eius similitudinem propius accedet, nunquam tamen eidem poterit esse similis. 100. Quamvis detur poligonia aequalis perimetri vel campi, perimetri tamen pariter atque campi regularium laterum poligonia nusquam erit. 101. Potest esse dimensionatum, cuius magnitudinis numerus magnitudinis circuli numero sit aequalis, numerus autem magnitudinis figurae alius aequilaterae numero circuli nunquam aequalis comprobabitur. 102. Duos circulos in materia omnino aequales facere vel reperire est impossibile, vel bis eandem percurrere peripheriam; multo minus alteram omnino aequalem alteri lineam vel figuram. 103. Ideo dato circulo semper dari posse veriorem, recte Cusanus definit. 104. Considerate vim omnem circuli esse in centro, et hoc est unum ex praecipuis miraculorum principiis. 105. Anima centrum quoddam est, quae etiam est circulus se ipsum movens; et vicissim circulus omnium substantiarum, facultatum et operum est anima. 106. Circulus sunt omnia naturae opera et omnis motus cuiuscunque sit generis, sicut etiam elementorum, si naturalis est, circulus est; recta vero est naturalis motus non naturaliter habentium, nempe partium, impeditorum, fugientum, refugientum. 107. Ambulare, natare, volare, vegetare, sentire, intelligere, vivificari, vivere, mori circulus est. Circuli centrum diametros omnes terminare stultissime opinantur geometrae, ut diximus. 107. Plenum in circulo primarum partium hexagonus est, vacuum in circulo

primarum partium, nempe individuo centro proximarum, aliusmodi hexagonus est. 108. Sic ergo circulus minimus centrum quod minima pars est attingit, est compositus ex tribus hexagonis duarum specierum, ut patet in figura \*. 109. Hoc ordine circulum nunquam duplicare valebunt geometrae in eo qui circumscibitur concentrico; perpetuo enim idem centrum simplo commune invenietur atque duplo. Esto autem periphæria periphæriæ, et orbis orbi duplus. 110. Circulo rectus motus confortatur. Gravia et levia etiam cum ascendunt atque descendunt, circularem motum persequuntur. 111. In circulo qui est terminus duo contraria simul atque pariter in eodem subiecto licet inspicere. 112. Tanto magis arcus circuli maioris continetur ab arcu circuli minoris, quanto circulus maior continet minorem. 113. Super eadem enim chorda seu aequali arcus circuli minoris ea ratione arcum maioris circuli continere convincitur. 114. Arcum cum chorda bisecare, non trisecare licebit. 115. Circulum quadrare est ita impossibile, ut imparem numerum pari exaequare. 116. Circuli substantia, ratio et essentia centrum est; periphæria enim et campus inter centrum et periphæriam nil nisi centri explicatio sunt. 117. Diameter circuli est principium divisionis, cuius radix est numerus par; semidiameter autem eius, cuius radix est numerus impar.

## MEMBRUM XX

### OPUS 129.

Ut circulus qui est ea linea constituitur? Ubi lineæ immobilem unum punctum alter circumfluit aequidistanter. 130. Ut qui superficies est seu figura? Si recta circa unum extremum quiescens, vel individuum attingens circumfluat, seu vestigium in plano depingens. 131. Ut circuli segmento dato, ut \* DEF, integrum complebis? Subiecta chorda DE, et per bisectionis punctum EB recta in infinitum producat, et in angulo rectilineo BED capiatur aequalis rectilineus EDA. Ubi enim DA recta secabit rectam EB, nempe in a, centrum est quaesiti circuli. 132. Ut circulo rectam adcommodas? Si periphæria ab utroque illius extremo attingatur. 134. Ut circulorum duorum punctum contactus inveniam? Si a centro unius ad centrum alterius rectam duxeris. 135. Ut in circulo rectam maximam accipiam? Si punctum circumferentiæ per centrum in oppositum circumferentiæ punctum fluxerit. 136. Ut circulum bisecabo? Eadem ratione. 137. Ut circulum in quatuor partes dividam? Si diametri extrema in unum punctum mutuo circumfluxo concurrant, qui per centrum defluat. Sic et habita diametro centrum circuli invenies. 138. An non hac via quadratum circulo expeditissime inscribes? 139. Ut circulum in sex partes? Facillime omnium semidiametro continue periphæriæ adcommodata. 140. Ut in tres partes? Continuo semidiametri uno extremo alternatim circa alterum in periphæria fixum circumfluente. 141. Ut circulum duplicabo, quadruplicabo etc.? Nonne et duobus semidiametris ad angulum rectum dispositis, sumptaque basi orthogonii angulum rectum subtendentis? 142. Ut duobus inaequalibus circulis unum integrum dabo aequalem? Item si pro semidiametro capiatur angulum rectum ex utriusque semidiametris constitutum tertia subtendens linea. 143. Ut circulum circulo aequalem atque proportionalem dabo? Huiuscemodi data semidiametro. 144. Ut circulum circulus vicissim bisecabit? Centro unius circa punctum periphæriæ alterius circumfluente. 145. Ut circulos facis parallelos? Ut concentricos. 146. Ut duos pares mutuo contingentes? Si punctum contingentiae duorum semidiametrorum circa duo reliqua circumfluat extrema. 147. Ut circuli centrum amissum inveniam? Duabus rectis periphæriæ accommodatis et bisectis, et bisectionum punctis

perpendiculariter defluentibus; centris item duorum contingentium circulorum influentibus. 148. Ut ab aequalibus circulis aequales peripherias auferes? Aequalibus rectis peripheriae adcommodatis. Nonne sic et aequales peripherias vel peripheriae eiusdem partes subtendent rectae aequales? 149. Ut super data recta describetur segmentum circuli capiens angulum aequalem dato rectilineo? Si circulum tetigerit aliqua recta linea, et a contactu producat recta linea circulum secans; anguli enim ad contingentem sunt aequales iis, qui in alterius circuli segmentis consistunt. 150. Ut circulorum inter se rationem definiam? Eorundem diametrorum ratione definita. 151. Ut datis duobus concentricis circulis in maiori poligonium aequalium pariumque laterum inscribam, quod minorem circulum non tangat? Si mediantem tetigerit. 152. Ut datis tribus punctis non in directum positis circulum per ea conficiam? Ea quidem ratione qua cuicumque triangulo circulum circumscribam, invento scilicet puncto a tribus hisce aequidistante. Vel fit saltem in triangulum iunctis et concursu perpendicularium a bisectis lateribus fluentibus punctis. 153. Ut in circulo parallelae capiuntur? Per aequidistantiam punctorum oppositorum in peripheria a diametro. Sic in \* parallelae Bc EF et EC EB. 154. Ut circuli quadrantem ABC in \* data ratione dividam, et consequenter angulum rectum? Si primo petitas partes infra illud CB spatium in eodem arcu suscipias, ut in CE, ubi consistas. Secundo super AC a puncto E perpendicularem ducas EF, seu ipsi AB parallelam ducas, facile fit (per praecedentem) producta BA et EF usque ad oppositum circumferentiae punctum. Tertio aequalem ipsi FC capias FG, ut sit una recta EFG, quam bisecabis in puncto H. Quarto aequalem ipsi GH capias in AB, quae sit AI, et circa A centrum fluat I circumfluxu terminato in K; et tunc mediante arcu IK similiter secto atque est arcus CE, partibus aequalibus ipsi CD, angulo A fluente per sectionum terminos, arcum CB secare licebit, ut arcus CE sectus dabatur. 155. Ut circuli arcum quadrante maiorem data ratione secabo, ut arcum \* CL, exempli gratia? Fluente L per centrum A in M, et ipsi LM parallela ducta NO, quae secat AC rectam in puncto P. Aequalis ergo ipsi PC capiatur PQ. Hinc recta NQ bisecetur in puncto R, et aequalis ipsi NR super AL capiatur AS; et centrum A circumfluente puncto S erit arcus ST, qui capiet easdem partes quas arcus CN. Caetera ut proxime supra. Ratio huius progressus est, quia in eodem circulo vel aequalibus circulis aequales anguli aequales vel proportionales arcus subtendunt. Ut ergo angulus EFC aequalis est angulo BAC, angulo item NPC angulus LAC, arcus quoque sub aequalibus lineis seu diametris concentricorum circulorum parallelis consequens est ut proportionaliter dividantur. Sic enim triangulus sub arcu diviso, quem subtendit angulus aequalis subtendenti arcum dividendum, huius triangulo adcommodatus efficit ut iste similiter dividatur atque ille. 156. Ut arcum, quota sit totius pars inveniam per ipsum circulum? Arcum datum per circulum toties deducendo, quoadusque ad eundem punctum sub vestigio fiat recursus, indeque considerato numero tum partium resumptarum, tum peragratorem circulorum. Fiet enim tandem, ut, viso qui numerus singulis (partitione facta) conveniat, intentum te videas assecutum. Capit enim mensurator ut unum, arcum tot aequales circulos continentem, quibus aequali distributione facta portio unius apprime demonstrata est. Hoc ipsum mechanice assumpta nominata pars atque deducta in uno confirmabit. 157. Ut idem faciam per partem circuli? Si divisus intelligetur vel in duas, vel tres, vel quatuor, vel quinque, vel sex partes, semicirculo, trigono, tetragono, pentagono, hexagono; considerato quod, si est decima semicirculi, est vigesima totius, si trigoni, trigesima, si tetragoni, quadragesima, et ita de aliis. E quibus omnibus (ut dictum est in superioribus) arcus hexagoni (nempe eius segmenti circuli, quod triangulum aequilaterum et aequiangulum, tum sphaericum tum rectilineum, amplectitur) mensura est verissima. Si ergo hexagoni arcus est,

iam est inspecta. Si maior quam hexagoni, nec definite tetragoni vel trigoni vel alius certae magnitudinis, appositione arcus excessus seu anguli excessus ultra mensuram supra ipsa mensura investigabis. Angulus enim \* Bae licet sit maior angulo BaA, differentia tamen arcus vel rectae Ae, posita super arcu vel recta AB vel AF, propositum indicabit; sic enim anguli maioris rationem quaerimus eam, qua maior est. Viso igitur quota sit pars sextantis, facillima supputatione quota totius habebitur; si quippe septima est sextantis pars, erit quadragesima secunda pars totius. 158. Quid de residuo? Illud, vel (si nimis modicum) complementum reliquum unius partis, sexies capiatur super eodem sextantis arcu, et ita rursus inspice quot alias impleat partes. Quod si non impleat unam partem, tunc primae partis denominatio est septima. Diviso igitur arcu sextantis in septem partes, perpetuo residuum appone parti uni acceptae prope centrum, ad noscendas partes partium (quas minuta vocant) primas, secundas, tertias, et deinceps alias, quas a dicto septenario perpetuo denominabis. Neque obliviscaris interim numerum inventum per senarium deducendo multiplicare; totidem enim partes reliquis quinque sextantibus similiter pertinebunt.

## **MEMBRUM XXI**

### **DE COMMUNI MENSURA**

#### **ARTICULUS 125.**

Stante quod minimum in unoquoque genere mensura est, certum est quod ideo ametrae sunt vulgares geometrae, quod minimo carent. Posito igitur a nobis minimo, eiuscemodi geometriae fundamenta et aedificium sublata intelliguntur. Iacent praeclara de asymmetris et alogis magnitudinibus theoremata; non est enim ratio cur individua linea hanc quidem metiatur, illam vero non. Innumerabilia ex hac veritate commoda consequuntur, ut res ipsa manifestabit, tum mathematice contemplanti, tum etiam physice. 126. Duplex est mensura communis, et videlicet pars communis, quae nota ratione continetur ab utroque toto; et totum commune, quod nota ratione partem continet utramque. Sic primo ternarium est mensura communis novenarii et duodenarii; quia ab hoc quater, ab illo ter continetur. Secundo duodenarium est mensura communis trium, sex, quatuor, duorum; quia continet ternarium quater, senarium bis, quaternarium ter, binarium sexies. 127. Non inconvenit rectum vicissim a curvo metiri et tantum vel quantum denominari, sicut non est absurdum quod curvum a recto metiatur. Sicut inquam arcum novimus per quantam rectam illi subtensam (sic enim perpetuo metimur circinantes), ita et duo latera figurae (quascunque videlicet rectas) per arcum circuli qui eas comprehendit et continet. 128. Sicut medietas arcus medietatem rectae, ita medietas rectae arcus medietatem non metitur. Non igitur a medii continuitate, sed a termino alterum horum alteri est mensura; quare cum in hoc ipso conveniant, sequitur quod non maiori ratione unum mensura sit quam alterum. 129. Interea tamen quantum circulo plus debeatur in hoc genere quam rectae, alias pluribus a nobis est indicatum. 130. Mensuram vel simpliciter vel magis homogineam dare facillimum est, ut videlicet arcus arcum, ita et recta rectam metiatur; nempe qui supra hoc docuimus, ubi minimas peripheriae partes ab ipsamet peripheria non evagantes adduximus.

## MEMBRUM XXII

### OPUS 159.

Ut per circulum communem mensuram duarum (quas asymmetras vocant) linearum inveniemus? Maiore facta circuli diametro vel semidiametro, et minore circumferentiae adcommodata; ita enim habebō quanta pars sit haec eius, cuius illa est medietas vel sextans: facile communem numerum utriusque vel minimi denominationem mensurantis consecutus esse videbere. Ut enim communis mensura tertiae et quartae partis circuli est pars tertia deducta per quartam, nempe capta quarta parte tertiae vel tertia parte quartae (ea enim est duodecima circuli), ita in caeteris idem est iudicium. 160. Ut communem mensuram lateris trianguli aequilateri et lateris quadrati circulo eidem inscriptorum inveniam? Hoc pacto. 161. Quae communis mensura costae et diametro quadrati? Circulus cui inscribatur. Eius enim quadrifariam divisi una pars costam terminat, duae diametrum; divisus octifariam duabus continet costam, quatuor autem diametrum; de sexdecim partibus quatuor latus, octo diametrum; de duabus et triginta octo latus, sexdecim vero diametrum terminabunt. 162. Quomodo habebō communem mensuram quadranti circumferentiae quam subtendit costa quadrati, item semicirculi quem subtendit diameter, item sextantis quod subtenditur a semidiametro? Iuxta numerum senarium ductum per quaternarium; vigesima quarta enim circuli sexies est in costa quadrati, quater in semidiametro, duodecies in diametro. 163. Ut communem mensuram tum symmetris, tum vulgatis asymmetris non solum per terminos, sed etiam per ipsam continuitatem et minima inveniam? Ope trianguli aequilateri, cuius latus est maior et cui minor linea adcommodetur, divisoque latere in aliquot certas partes una ad angulum subtensum adcommodetur. Unde liceat (forma in superioribus habita) differentiam inter ambas lineas inquirere et invenire; ex eo enim communis mensura facillime definita et denominata est. Et habes facultatem, qua tum rectas tum curvas usque ad minima resolvendo metiare, et unius mensuram cum alterius mensura conferas, quod veri geometrae opus. 164. Ut homogineam mensuram diametro atque costae inveniam, atque caeteris communem? Nonne praedicta forma, ubi diameter sit basis trianguli aequilateri, ut v. g. \* GM in triangulo aGM, latus vero triangulo adcommodatum, ut FH, ad angulum trianguli subtensum, ut ibi bd, ut visa bd nunc quidem quota pars sit maioris, puta GM, et quota minoris, nempe fh, inveniatur numerus communis, ultimum scilicet certumque residuum? 165. Ut eundem circulum vel arcum definimus numero maioris et cuiuscunque minoris, ut consequenter nullius cum alia communis mensura non sit, et nulla sit denominatione carens? Per primum huius membri opus. 166. Ut mensuram circuli a temporibus Ptolemaei ad haec usque tempora servatam damnas? Ut sinuum et chordarum tabulas abiicis? Si considero quadrantem circuli super diametrum esse iniquum secundum totum et secundum omnes atque singulas partes et partium partes. Partes enim sub quocunque toto semper nova egent mensura, quia nusquam totius est medietatem dare, seu nunquam est accipere partem, quae bis sit in toto. Nam licet prima divisione certe tantum diametri tantum subtendit arcus, non tamen sequitur secundum eosdem gradus, quod particulae istarum rectarum partium certo particulas curvarum illarum ordine subtendant. Ut enim bisecti quadrantis partes (eo quo ipsae bisecant modo) iniquae sunt, tum inter se tum ad partes bisecti semidiametri, ita perpetuo subbisectiones subbisectionibus in infinitum. Cum ergo nunquam neque ullo modo ad terminum devenitur analogiae certae partium ad partes, tum intrinsecas, nempe homogineas, tum extrinsecas,

seu heterogeneas; consequens est necessario, ut nec per se neque per accidens ametrae metiantur circumulum. Nobis vero mediantibus parallelis lineis, aequalibus angulis et proportionalibus lateribus omnia perficere posse datum est. 167. Ut ad omne astronomicum et geographicum et mathematicum opus circumulum regulata et perpetua ratione geometrica dividis, non inquam confusa, indiscreta et indefinita arithmetica et tabularia turba, sed geometrica et continua partium subalternatione? Circulum in 12 intelligo divisum regiones seu domos, harum singulas in atria 12, haec singula in 12 ordines, horum singulos in 12 cubilia, et ita deinceps ad latera 12, spatia 12, sedes 12, sessores 12, facies 12, membra 12, articulos 12. Itaque et nomine et re perpetuo similes eiusdemque ordinis et analogiae partes accipimus, et ordinem naturae persequimur dividendis; alius vero neque primario neque secundario naturae ordini respondet, sed perpetuo refragatur. 168. Ut differentias illas facile denominabo? Si consideraveris quod, cum circumulus circumulum in duobus punctis intersecet, arcus intersectionum punctis interceptus anguli et sinus quomodocunque sumpti et areae quantitatem definit. Ubi ergo duo se circumuli aequales intersecabunt, si in semicirculos se dispescunt, angulus est rectus, et nobis est angulus sex domorum seu signorum seu regionum; area item signorum sex, triangulus item et sinus integer, unde subinde imminuto angulo descendit in partes. Cum vero infra semicirculum se intersecabunt, relinquetur tanto ex una parte angulus maior recto et ex altera minor, quanto unus arcus est maior semicirculo, alter vero minor. Simile de duplici sinu ad centrum est iudicium. Itaque nobis, qui arcum etiam per se ipsum et in se ipso novimus metiri, nil opus est vagis illis et perditis ratiociniis de sinibus et chordis. Sinus rectus, qui intercipitur parte diametri et perpendiculari ab altero arcus termino, tantus est quantum est arcus, et mensura duarum illarum rectarum angulum rectilineum comprehendentium tanta est quanta illius arcus omnino, ut in superioribus ostendimus ipsa praxi, et ratiociniis multiplicibus in dialogo "De interpretatione somnii". Sicut autem se habet diametrus ad totum circumulum, ita duae illae rectae ad eam circumferentiae partem quam comprehendunt. Quantitas ergo sinus, arcus et diametri eandem denominationem suscipiunt; certitudo quippe et definitio unius omnino eadem est cum certitudine et definitione aliorum. Idem de triangulo mixto ex duobus arcibus et diametri portione, duabus chordis et arcu, tribus arcibus et, si placet, tribus rectis illi inscripti vel etiam circumscripti, habita solum ratione unius anguli quem in centro pars peripheriae subtendit. Itaque triangulus aequilaterus definitur sexta circumuli parte, ut in \*, orthogonius quarta; maior et minor triangulus, et angulus maior minorque recto, certis ordinibus ultra et infra quadrantem vel sextantem. Eodem quoque ordine explicetur et nominetur triangulus sphaericus, inversus, recurvus, item rectilineus et suis modis omnibus mixtus. Similiter (pro capacitate) quadratum vel parallelogrammum vel rectagonum et quaelibet poligonia, segmento illi, ut possibile est, secundum totum vel certam partem adaptata, totidem intelligitur esse partium et nominatur; omnia namque clarissima erunt, cum hoc quod cum eadem numeri seu mensurae denominatione non sine descriptione propria enuncientur. 169. Ut de parvis circumulis seu epicyclis definiemus quanti sunt? Eadem ratione. Viso item quam rationem habeat diametrus illius ad universi diametrum. Considerato item (quod alibi probavimus) diametrum re vera quater esse in sua circumferentia.

## MEMBRUM XXIII

### DE SPHAERA

## ARTICULUS 131.

Ut definiunt sphaeram corpus solidum una superficie contentum, sphaera non est universum, sed astrum in genere. 132. Ut definiunt transitum circumferentiae semicirculi, non sphaeram, sed eius superficiem ostendunt, circa quam mechanicus. 133. Non definiunt sphaeram ea intentione, qua subinde divisibilis accipitur secundum substantiam in novem vel decem, et secundum accidens in rectam et obliquam. 134. Nobis sphaera universalis est unum continuum universum infinitum immobile, seu in quo consistentia sunt numero infinitae sphaerae seu particulares mundi. Haec astra sunt alia quidem ignea, scintillantia, quae videntur fixa, soles, maresque dii; alia vero aquea, circa hos mobilia, puta tellures, deaeque antiquis. 135. Nullum astrum sine terra consistere potest; ab ea namque soliditatem habent omnia. 136. Ignis item sine humido non consistit elemento. 137. Et ignis amphitritem seu elementum, quod in sole secundum speciem est lucidum et calidum, intelligo; aquae elementum, quod in tellure est fluidum. 138. Divisio sphaerae in partem aetheream et elementarem phantastica est, quia aetherem rationabiliter ab aere non distinguimus. 139. Aetherea regio et astra non minus variabilia sunt, quam quae circa nos tellus et aer, siquidem omnino eiusdem sunt substantiae. At quales nugas et somnia de quinta illa essentia ingenerabili, incorruptibili, invariabili et caetera! 140. Tellus, ut et omnia infinita eiusmodi astra, mobilis est; in quocunque astro essemus, ita nobis illud in medio et immobile videretur, ut et terra videtur. Aequale item est circa omnia coelum et astra scintillantia, soles et tellures, et ideo simili ratione centrum esse universi viderentur, et cum ex iis quaedam vel omnia circa proprium centrum moveantur, ultra particulares certarum stellarum motus generalis et aequalis unus omnium motus appareret. 141. Motus raptus nusquam est in naturae huiusmodi principibus substantiis, sed omnium principium motus intrinsecus est animalis appulsus, atque spiritus universum exagitans. 142. Coelum neque similitudo archetypi, neque commoditas ad capiendum, neque distinctionis necessitas, neque vacui impossibilitas, neque penetrantium corporum inconvenientia faciet nobis esse rotundum. Necessario item aliqua pars coeli nobis propinquior est, alia vero remotior; et vicissitudinibus quibusdam eadem nunc propius, nunc vero longius abest. 143. Lunam, solem caeteraque astra rotunda esse, nulla ratione regulatove sensu probant; tornatilem tamen soliditatem ea omnia obtinere, non verebimur profiteri. 144. Argumenta de rotunditate elementi aquae (quae unius rotundi, puta telluris, heterogenea pars est) puerilia omnino sunt. 145. Naturalis motus telluris non est a medio neque ad medium, sed circa medium intrinsecum et extrinsecum; proprium videlicet centrum, solem, et intra polos. 146. Multis rationibus vana est definitio quantitatis ambitus terrae atque profunditatis per rationem circuli, diametri et parallelismi peripheriae ad universum. 147. Neque intrinsece neque extrinsece in coelo circulus ullus est vel apparet. 148. In nullo motu (neque ad aequinoctialem neque ad zodiacum) est accipere duos arcus aequales temporibus aequalibus; immo si tempus sit subiective in motu coeli seu astri, non est mensura. 149. Hinc nec unum diem naturalem vel artificialem alteri, neque noctem unam alteri vel diurnae luci aequalem ostendere unquam poterunt astronomi. 150. Ecliptica est via telluris et lunae, Veneris item eadem atque Mercurii (qualis item caeteris planetis tribuenda), in qua centrum communis sphaerae facile crediderim temporibus aequalibus aequales conficere arcus. 151. Meridianus a motu solis descriptus a punctis orientis et occidentis aequidistans nullus est. Vanissime ludunt qui pro meridiano umbram gnomonis consulunt; ex ea enim umbra ne umbram quidem habebunt meridiani. 152. Nos vero punctum coeli medium ab eorum meridie aversi

et ad polum conversi inquirimus, ope trium punctorum e vestigio stellae cuiuscunque circumfluentis ad eam regionem. 153. Horizontem universalem frustra putant unum eundemque circulum esse posse. Si quippe horizon est, is quidem in indefinita quadam superficiali dimensione consistit, quae conoidalis est figurae et cuius angulus est in aspicientis oculo; cuius terminus est multiplex circulus, [utpote] prout multiplex est stellarum circuitus apparens orientium et occidentium circa tellurem. 154. Hunc non possunt probare aequales relinquere circuli supra et infra hemisphaerium portiones. 155. Quam inepte definiuntur tropici circuli ab iis qui eos aiunt circulos minimos quos sol describat, cum non minorem circulum, sed arcum minorem diei vel noctis ibi habeamus. An solis ii circuli minores sunt aequinoctiali? 156. Et ubi sunt hi aliis vel alii aliis paralleli, praeterquam in iis organicis, quas sibi fingunt solidas et armillares? 157. Polares circuli secundum rei veritatem neque maiores neque minores alii ulli sunt, ii videlicet qui definiuntur motu polorum zodiaci circa mundi polos, sed omnino imaginarii sunt atque phantastici. Stellae enim neque motu firmamenti alicuius neque proprio tales recipere possunt revolutiones, sed vertiginem illam esse constat in indisciplinato vulgi sensu et hallucinato astronomorum capite. 158. Poli in universo non sunt rationabilius illa duo puncta, quam duo quaelibet alia; ii vero duo qui in uno instanti pertinent ad tellurem, nequeunt certe in alio pertinere. 159. Quod sphaerae contemplationem concludunt cum miranda illa eclipsi, hoc unum non absurde faciunt, ut certo ruditu vel crepitu cuiusdam energumeni cuculli et vociferantis asini (Areopagita enim vir ille certe esse non potuit) tale opus clauderetur, quod sigillaret blasphema et sacrilega ignorantia Dei, naturae, mundanae machinae, solis, lunae et tenebrarum.

## **MEMBRUM XXIV**

### **ARTICULUS 160.**

A. Mercurius et Venus in eodem sunt circulo cum tellure atque luna. Hoc enim ex hisce duobus astris aggregatum unum, quod circa solem aequae annuo motu circumfertur, diametraliter (intermediante sole) opponitur aggregato ex duobus illis astris, quae aequis passibus annum conficiendo circulum incedunt. B. Unde eadem similitudine Mercurialibus atque Venereis incolis videntur in se et ad solem (imo ad universum) se habere haec duo astra, qua nobis illa duo se habere videantur. C. Aliter circa solem, Mercurium Veneremque moveri impossibile omnino est; neque enim inter tellurem et solem ea interponi unquam rationi potest esse consentaneum. D. Tellus quoque et luna ita sunt astra omnino lucida incolentibus Mercurium et Venerem, sicut incolis telluris atque lunae lucida sunt Mercurius atque Venus. Siquidem et si luna amplius certa ratione distaret a tellure, corpus omnino lucidum appareret. E. Sique Venus et Mercurius semicirculum peragrarent infra solem, in tanta distantia heterogenearum partium sensum necessario perhiberent. F. Corpus solis magnum intelligimus esse, ut et telluris et cuiuscunque alius eiusce generis mundi. Quod vero ille maior sit quam tellus, infelicissime ita probant cosmimetrae, ut certe differentiam quae est inter lucem et tenebras propemodum nihil agnoscere videantur. G. Immo contra Heracliti et Epicuri errorem non poterunt unquam videri sapientes; haud enim ipsis facile est, sed certe (ex habitu priorum principiorum) impossibile est probare illum esse alius, quam appareat et oculis cernatur, magnitudinis. H. Neque sol neque in sole, neque tellus neque in tellure, neque aliqua neque in aliqua alia regione est definite centrum universi. I.

Stellae fixae non aequidistant a centro: unde differentia magnitudinis non est nisi a nostris sensibus; ex iis enim quae minores et minimae et minime videntur, non obest quominus aequales esse possint. K. In sphaera infinita ita motus est infinitus ut et virtus est infinita, et hic idem est necessario quod ipsissima quies; ideo si eius virtus omnia moveat, in instanti movebit; quare et in ipsa, ab ipsa et ad ipsam omnia quiescent. L. Omnia ergo astra, quae in tempore moventur, a virtute finita moveantur oportet. M. Astra omnia scintillantia sunt ignes seu soles, circa quae singula necessario planetae circumferuntur plurimi, sicut et circa istum solem plures quam videantur. N. Cometae sunt planetae omnino, qui etiam regulariter moventur, ut tellus, luna, Mercurius etc.; ideo planetarum numerus circa hunc solem non est adhuc definitus; neque enim inquisitus, quia neque creditus. Hunc autem invenire non est inquirenti difficile, non quidem omnino, sed cum iis qui semper eos qui aliquando apparent connumerando; stare enim potest, ut tales sint qui nobis nunquam appareant. O. Sphaerae ergo mundanae corporum ordo, qualem fingunt et pingunt pauperes isti, nusquam est. Sequuntur figurae subalternae asta, que, vengā, meior Index ad divisionis continui rationem habendam. Telarium Arachnis ad opus 14. 17. 18. etc. Clavis Saturni ad opus 106 etc. Specula ad opus 29. 30. 31. 40. 41. 84. quadrantem etc. Explicator formarum ad opus 117 etc. Hortus solis ad opus 69 etc. Scala vitae ad opus 124 etc. rationes item continui dividendi. Flos astraeae ad opus 98 etc. Index stellae seu tertiae matris. Clastrum Saturni ad opus 100 etc. Speculum magorum ad opus 128 etc. Annulus Gygis ad opus 101 etc. Numerator seu combinator. Mitra Iunonis ad opus 105 etc. Lucifer seu reportator, ad poligonias etc. Truangelus ad opus 44 etc. Auctor ad opus 86 etc. Aequator ad opus 154 etc. Mavortis arma ad opus 154 etc. Radix ad opus 159 etc. Antichtoni mundi seu tellures ad artic. 160 etc. Expansor ad III, theorema circuli etc. Theuti radius etc. Theuti circulus etc. Apellis specillum etc. Prometheus. Zoemetra. Geometra. Campus Martis. Rex.